

❖ تتميز كل الأنوية المشعة (الغير مستقرة) بثلاث ثوابت $(\tau, t_{\frac{1}{2}}, \lambda)$ ، يكفي معرفة أحدها

$$\ln 2 = t_{\frac{1}{2}} \times \lambda$$

$$\tau \times \lambda = 1$$

لنستنتج الباقيين انطلاقاً من العلاقتين :

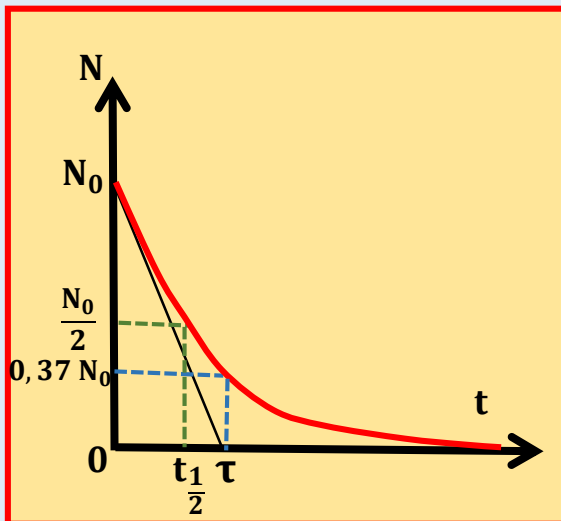
τ : ثابت الزمن

حيث : $t_{\frac{1}{2}}$: نصف العمر

λ : ثابت النشاط الإشعاعي (ثابت التفكك)

❖ في أغلب البيانات , نستخرج أحد الثوابت وإطلاقاً من العلاقتين فوق نستنتج قيمة : λ أو $t_{\frac{1}{2}}$ أو τ .

✓ الحالة 01 : $N = f(t)$



✓ هذا البيان $N = f(t)$ يمثل تغيرات عدد الأنوية

المتبقية N بدلالة الزمن t

✓ المنحنى البياني يوافق عبارة التناقص الإشعاعي :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

✓ دالة أسية متناقصة حيث τ يوافق نقطة تقاطع محور

الفواصل مع المماس عند الصفر , أو يوافق

$$N(\tau) = 0,37 N_0$$

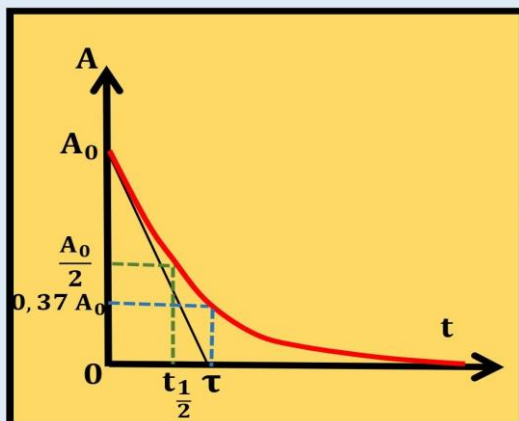
✓ ولإستخراج زمن نصف العمر : $N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = \frac{N_0}{2}$

$$\bullet N(\tau) = N_0 e^{-\lambda \tau} = N_0 e^{-\frac{1}{\tau} \tau} = N_0 e^{-1} = 0,37 N_0$$

الإثبات الرياضي

$$\bullet N\left(t_{\frac{1}{2}}\right) = N_0 e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}} = N_0 e^{-\lambda \times \frac{\ln 2}{\lambda}} = N_0 e^{-\ln 2} = N_0 e^{\ln 2^{-1}} = N_0 \times 2^{-1} = 0,5 N_0$$

ملاحظة :



$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$$

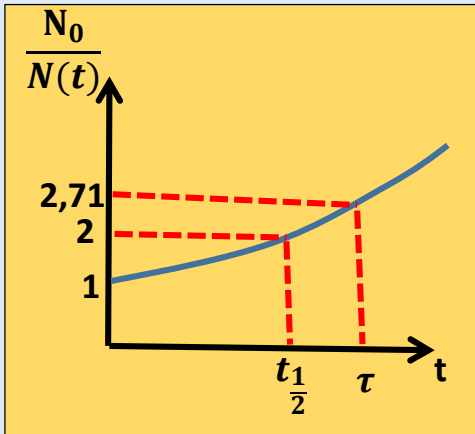
$$n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$$

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

حيث :

- نفس الشيء في حالة $m(t)$,
 $A(t)$, $n(t)$ حيث نعتد على
العلاقات وب نفس الطريقة في كل
منحنى بياني حيث :

✓ الحالة 02 : المنحنى البياني : $\frac{N_0}{N(t)} = f(t)$



• $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

$\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{e^{\lambda t}}$

نقلب الطرفين

$\frac{N_0}{N(t)} = \frac{e^{\lambda t}}{1} \Rightarrow \frac{N_0}{N(t)} = e^{\lambda t}$

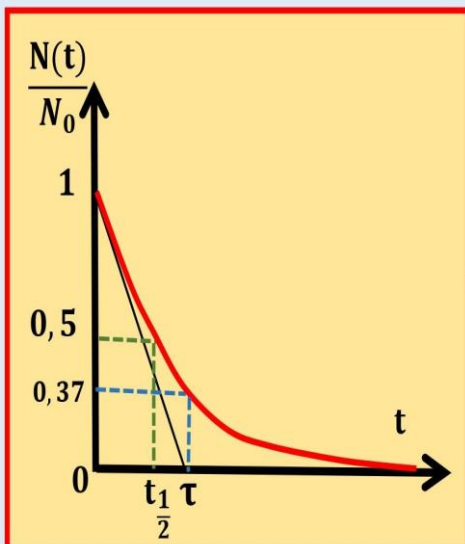
• $t = t_1/2 : \frac{N_0}{N(t_1/2)} = e^{\lambda t_1/2} = e^{\lambda \times \frac{\ln 2}{\lambda}} = e^{\ln 2} = 2$

• $t = \tau : \frac{N_0}{N(\tau)} = e^{\lambda \times \tau} = e^{\lambda \times \frac{1}{\lambda}} = e^1 = 2,71$

• $t = 0 : \frac{N_0}{N(0)} = e^{\lambda \times 0} = 1$

✓ رياضيا لو نشق: $(e^{\lambda t})' = \lambda e^{\lambda t} = \text{موجب}$
فهي دالة أسية متزايدة كما في المنحنى.

✓ الحالة 03 : المنحنى البياني : $\frac{N(t)}{N_0} = f(t)$



• $N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

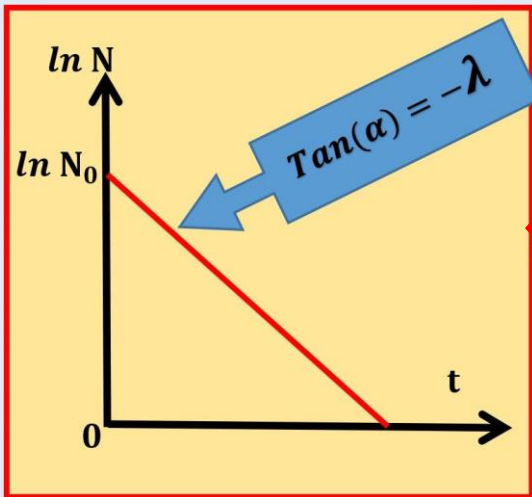
• $t = t_1/2 : \frac{N(t_1/2)}{N_0} = e^{-\lambda t_1/2} = e^{-\lambda \times \frac{\ln 2}{\lambda}} = e^{-\ln 2} = e^{\ln 2^{-1}} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$

• $t = \tau : \frac{N(\tau)}{N_0} = e^{-\lambda \tau} = e^{-\lambda \times \frac{1}{\lambda}} = e^{-1} = 0,37$

• $t = 0 : \frac{N(0)}{N_0} = e^{-\lambda \times 0} = 1$

✓ رياضيا لو نشق: $(e^{-\lambda t})' = -\lambda e^{-\lambda t} = \text{سالب}$
فهي دالة أسية متناقصة كما في المنحنى.

✓ الحالة 04 : المنحنى البياني $\ln N = f(t)$



• $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

ندخل $\ln$ على الطرفين

$\Rightarrow \ln N = \ln(N_0 e^{-\lambda t}) \Rightarrow \ln N = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t}$

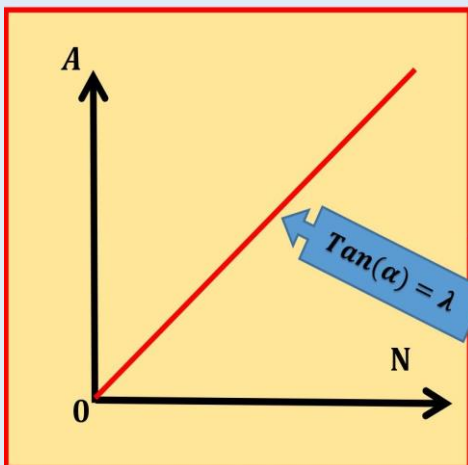
$\Rightarrow \ln N = -\lambda t + \ln N_0$

✓ هذه معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ من الشكل :

$y = \tan \alpha t + b$

$\begin{cases} \ln N_0 = b \text{ (نقطة تقاطع المنحنى مع محور الترتيب)} \\ -\lambda = \tan \alpha \text{ (تمثل الميل أو معامل التوجيه)} \end{cases}$

✓ الحالة 05 : المنحنى البياني $\ln A = f(N)$



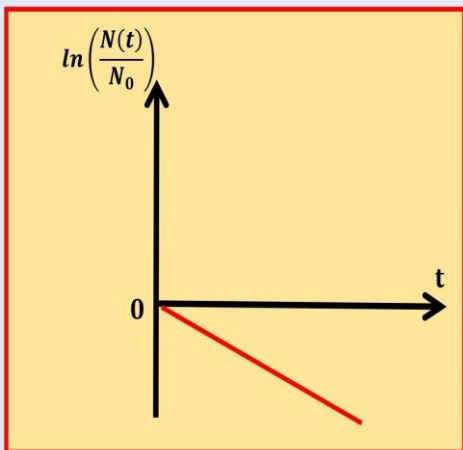
✓ العلاقة التي تربط تناقص النشاط الإشعاعي A بدلالة الأنوية المتبقية $N(t)$ هي $A(t) = \lambda \times N(t)$ مباشرة هي معادلة مستقيم يمر بالمبدأ من الشكل :

$y = \tan \alpha t$

$\begin{cases} A = \lambda \times N \\ y = \tan \alpha t \end{cases}$

$\lambda = \tan \alpha$

✓ الحالة 06 : المنحنى البياني $\ln \left(\frac{N(t)}{N_0} \right) = f(t)$



• $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

$\Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$

ندخل على الطرفين $\ln$

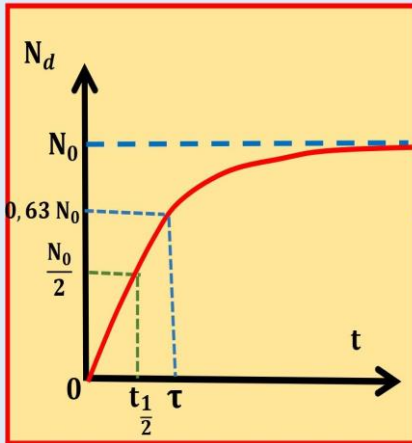
$\Rightarrow \ln \left(\frac{N(t)}{N_0} \right) = \ln e^{-\lambda t}$

$\ln \left(\frac{N(t)}{N_0} \right) = -\lambda t$

$\begin{cases} \ln \left(\frac{N(t)}{N_0} \right) = -\lambda t \\ y = \tan \alpha t \end{cases}$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهه سالب فهو

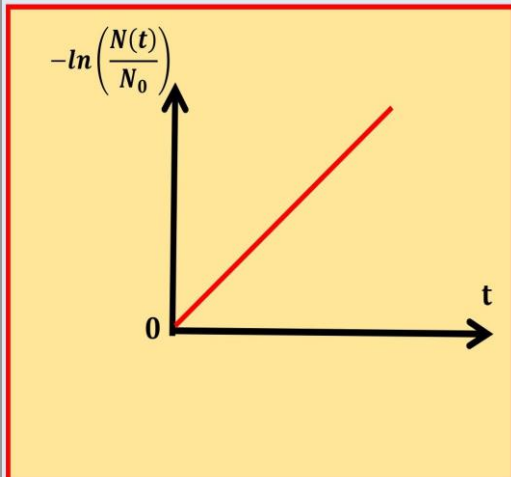
نازل نحو الأسفل إذن : $-\lambda = \tan \alpha$



• المنحنى يمثل التزايد في الأنوية المتشكلة (المتفككة)
 $N_d(t)$ بلالة الزمن t حيث $N_d(t) = N_0(1 - e^{-λt})$

• $[N_d(t)]' = [N_0(1 - e^{-λt})]' = [N_0 - N_0e^{-λt}]' = -(-λN_0e^{-λt}) = +λN_0e^{-λt} = \text{موجب} \Rightarrow$ (إذن البيان أسي مُتزايد)

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet t = 0 : N_d(0) = N_0(1 - e^{-λ \times 0}) = 0 \\ \bullet t = t_1/2 : N_d(t_1/2) = N_0(1 - e^{-λ t_1/2}) = N_0(1 - e^{-λ \frac{\ln 2}{λ}}) \\ N_0(1 - e^{-\ln 2}) = N_0(1 - e^{\ln 2^{-1}}) = N_0(1 - 2^{-1}) \\ = 0,5N_0 \\ \bullet t = \tau : N_d(\tau) = N_0(1 - e^{-λ \tau}) = N_0(1 - e^{-λ \frac{1}{λ}}) \\ N_0(1 - e^{-1}) = 0,63N_0 \end{array} \right.$$



• $N(t) = N_0e^{-λt} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-λt} \Rightarrow$

$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = \ln e^{-λt} \Rightarrow$

$\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = -λt \Rightarrow -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = λt$

$$\begin{cases} -\ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right) = λt \\ y = \tan \alpha t \end{cases}$$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهه موجب فهو

إذن $λ = \tan \alpha$

الحالة 09 : المنحنى البياني $-\ln N = f(t)$

• $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ ندخل على الطرفين $\ln$

$$\ln N = \ln(N_0 e^{-\lambda t}) \Rightarrow \ln N = \ln N_0 + \ln e^{-\lambda t}$$

$$\ln N = -\lambda t + \ln N_0 \quad \text{نضرب الطرفين في } (-)$$

$$\Rightarrow -\ln N = \lambda t - \ln N_0$$

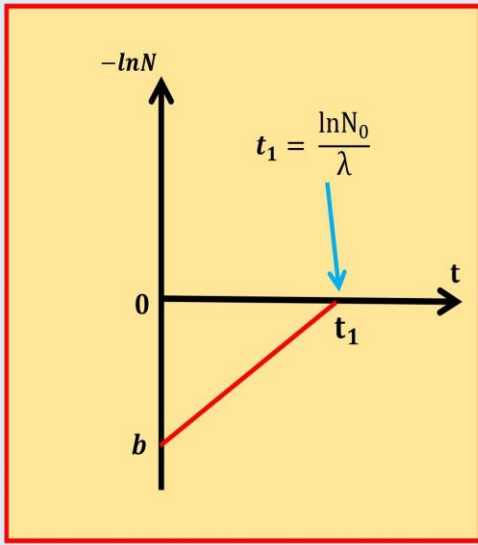
✓ هذه معادلة مستقيم لا يمر بالمبدأ إذن :

$$\begin{cases} -\ln N = \lambda t - \ln N_0 \\ y = \tan \alpha t + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\ln N_0 = b \quad (b \text{ نقطة تقاطع المنحنى مع محور الترتيب}) \\ \lambda = \tan \alpha \quad (\tan \alpha \text{ تمثل الميل أو معامل التوجيه}) \end{cases}$$

$$\bullet -\ln N(t_1) = \lambda t_1 - \ln N_0 \quad 0 = \lambda t_1 - \ln N_0$$

$$\lambda t_1 = \ln N_0 \quad t_1 = \frac{\ln N_0}{\lambda}$$



الحالة 10 : المنحنى البياني $\ln \left(\frac{N_0}{N(t)} \right) = f(t)$

$$\bullet N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{N(t)}{N_0} = \frac{1}{e^{\lambda t}}$$

$$\frac{N_0}{N(t)} = e^{\lambda t} \quad \text{نقلب الطرفين}$$

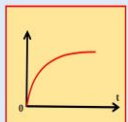
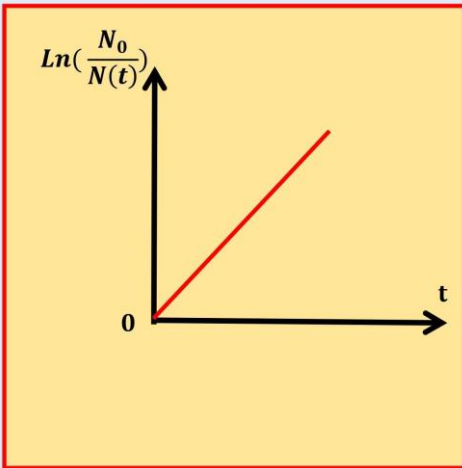
ندخل $\ln$ على الطرفين

$$\ln \left(\frac{N_0}{N(t)} \right) = \lambda t \Rightarrow \ln \left(\frac{N_0}{N(t)} \right) = \lambda t$$

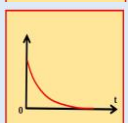
$$\begin{cases} \ln \left(\frac{N_0}{N(t)} \right) = \lambda t \\ y = \tan \alpha t \end{cases}$$

✓ هذه معادلة مستقيم يمر بالمبدأ معامل توجيهه موجب فهو

إذن : $\lambda = \tan \alpha$



دالة أسية
متزايدة



دالة أسية
متناقصة

علاقة أسية (تحتوي على $e^{f(x)}$)
بعد اشتقاقها نعرفها إما تكون :

مستقيم لا يمر بالمبدأ : $y = \tan \alpha t + b$

مستقيم يمر بالمبدأ : $y = \tan \alpha t$

معادلة مستقيم من الشكل :

$$y = \tan \alpha t + b$$

• توجد بعض البيانات الأخرى
المحتملة الأساس هو فهم الفكرة
وليس حفظها ثم تطبيق نفس
المراحل حيث نميز كخلاصة:

خلاصة