

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل ما يلي:

(1) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \left(\frac{1}{9}x^3 + 1\right)^3$ ، مشتقاتها هي: $f'(x) = 3x^2 \left(\frac{1}{9}x^3 + 1\right)^2$.

(2) الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = \sin(2x + \pi)$ ، هي دالة دورية دورها π .

(3) الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x) = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}}$.

(أ) الدالة $h(x) = e^x + e^{-x}$ يمكن كتابتها بالعبارة:

(ب) الدالة h نقبل محور الترتيب كمحور تناظر لمنحنائها (C_h) .

التمرين الثاني: (7 نقاط)

(C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المعرفة على $\mathbb{R}$

بما يلي: $g(x) = (ax + b)e^{-x} + c$

حيث a, b, c أعداد حقيقية.

المنحنى (C_g) يمر من النقطتين $A(-2; 2)$ ،

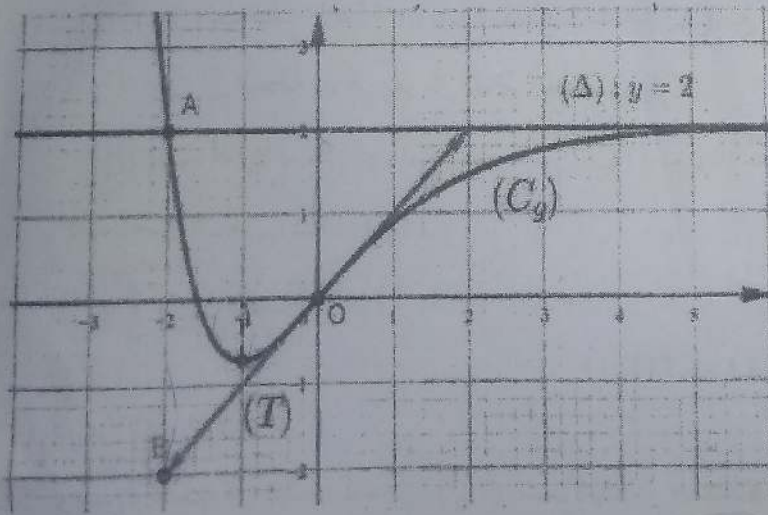
$O(0; 0)$.

ويقبل في النقطة $O(0; 0)$ مماسا (T) يمر من

النقطة $B(-2; -2)$.

المنحنى (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مواز لحامل

محور الفواصل معادلته: $y = 2$ بجوار $+\infty$.



(1) بقراءة بيانية عين كل من: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، $g(0)$ ، $g'(-1)$ ، $g'(0)$.

(2) أكتب معادلة ديكرتية للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

(3) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن: $g'(x) = (a(1 - x) - b)e^{-x}$.

(4) باستعمال المعطيات السابقة عين كل من الأعداد الحقيقية a, b, c ، ثم استنتج عبارة $g(x)$

(5) ناقش بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية:

$$g(x) = m$$

التمرين الثالث: (9 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 + \alpha x + \beta}{2x - 2}$ ، حيث α و β عددين حقيقيين.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين α و β حيث يقبل (C_f) قيمة حدية محلية عند النقطة ذات الفاصلة 0 و $f(0) = -1$.

II. نضع فيما يلي: $\alpha = -2$ و $\beta = 2$:

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(3) (أ) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ فإن: $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x-2}$.

(أ) استنتج أن (C_f) يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) بجوار $(-\infty)$ و $(+\infty)$ يطلب تعيين معادلة له.

(ج) أدرس وضعية بالنسبة إلى (Δ) .

(4) (أ) بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ لدينا: $f'(x) = \frac{2x(x-2)}{(2x-2)^2}$.

(أ) أدرس تغيرات الدالة f .

(5) (أ) عين إحداثيات النقطة ω نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستقيم ذا المعادلة $x = 1$.

(أ) بين أن النقطة ω هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(ج) أثبت أنه لا يوجد أي مماس للمنحنى (C_f) يشمل النقطة ω .

(6) أنشئ كل من (Δ) و (C_f) .

III. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ:

$$h(x) = f(|x|)$$

(1) أدرس شفعية الدالة h .

(2) وضح كيف يمكن إنشاء المنحنى (C_h) الممثل للدالة h انطلاقاً من المنحنى (C_f) .

إنتهى