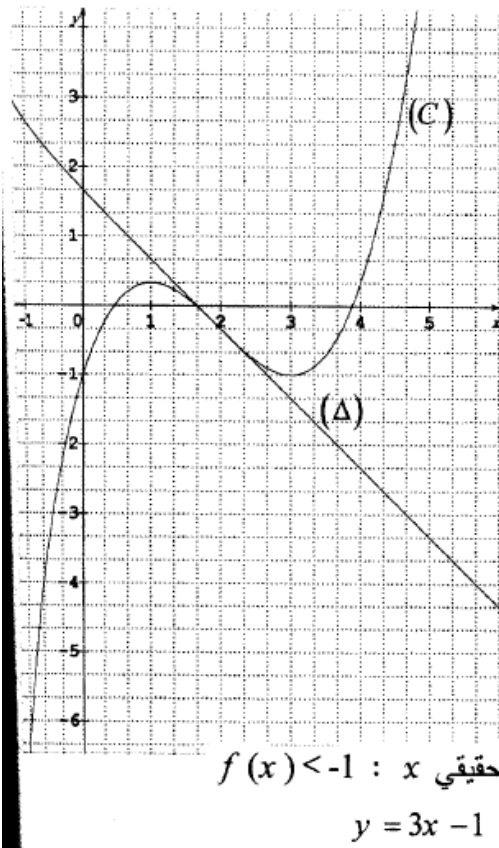




التمرين رقم 01 بكالوريا 2008 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (09 نقاط)

- $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x^3 - 3x$
- ( $C_f$ ) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد متجانس ( $O; \vec{i}, \vec{j}$ ) .
- (1) احسب  $f(-1)$  ،  $f(-2)$  .
  - (2) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .  
ب) احسب  $f'(x)$  ثم أدرس إشارتها .  
جـ) شغل جدول تغيرات الدالة  $f$  .
  - (3) أ) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  .  
ب) استنتج أن المنحنى ( $C_f$ ) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط يطلب تعيين إحداثيي كل منها .  
جـ) اكتب معادلة للمستقيم ( $\Delta$ ) مماس المنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة التي فاصلتها 0 .  
لدرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى ( $\Delta$ ) . ماذا تستنتج ؟  
د) أرسم ( $C_f$ ) و ( $\Delta$ ) .

التمرين رقم 02 بكالوريا 2008 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (10 نقاط)



- المنحنى ( $C$ ) المرسوم في الشكل المقابل هو لدالة  $f$  معرفة على المجال  $[-1, +\infty[$  و ( $\Delta$ ) مماس للمنحنى ( $C$ ) عند النقطة التي فاصلتها 2 .
- (1) خمن نهاية  $f$  عند  $+\infty$  ثم بقراءة بيانية عين اتجاه تغير  $f$  على المجال  $[-1, +\infty[$  .  
شكل جدول تغيرات  $f$  .
  - (2) من العبارات الآتية:  
 $f_2(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  ،  $f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$   
 $f_3(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$   
عين العبارة المناسبة للدالة  $f$  مبرراً ذلك .
  - (3) ادرس تغيرات الدالة  $f$  . هل تخميناتك و قراءتك السابقة صحيحة؟
  - (4) عين معادلة للمستقيم ( $\Delta$ ) .
  - (5) عين إحداثيي نقطة الانعطاف للمنحنى ( $C$ ) .
  - (6) ارسم المستقيم  $y = -1$  ، ثم حل بيانياً المتراحة ذات المجهول الحقيقي  $x : f(x) < -1$  .
  - (7) عين نقطتي تقاطع المنحنى ( $C$ ) مع المستقيم ( $D$ ) ذي المعادلة :  $y = 3x - 1$  .

التمرين رقم 03 بكالوريا 2009 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (09 نقاط)

$f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R} - \{-1\}$  بـ:  $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

$(c_f)$  تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) بين أن الدالة  $f$  تكتب على الشكل:  $f(x) = 1 + \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $(+\infty)$  و  $(-\infty)$  و  $(-1)$ ، ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانيا.

(3) أحسب  $f'(x)$  ثم شكّل جدول تغيرات  $f$ .

(4) اكتب معادلة للمماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(c_f)$  عند النقطة التي فاصلتها 3.

(5) عيّن إحداثيي نقط تقاطع المنحنى  $(c_f)$  مع حامي محور الإحداثيات

(6) أرسم كلا من  $(\Delta)$  و  $(c_f)$ .

التمرين رقم 04 بكالوريا 2009 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $]2, +\infty[$  بـ:  $f(x) = -2 + \frac{3}{x-2}$

- كل سؤال من الأسئلة الخمسة التالية يتضمن إجابة واحدة صحيحة، تعرف عليها، مع التبرير.

س1) يمكن كتابة الدالة  $f$  على الشكل:

$$1) f(x) = \frac{7+2x}{x-2} \quad 2) f(x) = \frac{-2x+7}{x-2} \quad 3) f(x) = \frac{-2x-7}{x-2}$$

س2)  $f'$  مشتقة الدالة  $f$  على المجال  $]2, +\infty[$  وعبارتها  $f'(x)$  هي:

$$1) f'(x) = \frac{3}{(x-2)^2} \quad 2) f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2} \quad 3) f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

س3) نهاية  $f(x)$  عند  $(+\infty)$  هي:

$$1) +\infty \quad 2) +3 \quad 3) -2$$

س4) المنحنى  $(c_f)$  يقبل مستقيما مقاربا معادلته هي:

$$1) x=2 \quad 2) x=3 \quad 3) y=2$$

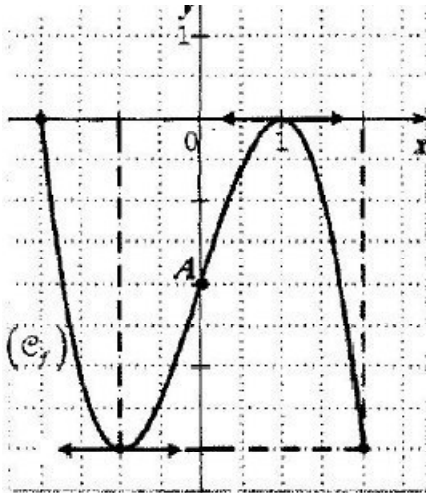
س5) المنحنى  $(c_f)$  يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة  $x_0=3$  معادلته هي:

$$1) y = -\frac{1}{3}x + 10 \quad 2) y + 3x - 10 = 0 \quad 3) y = 3x - 10$$

التمرين رقم 05 بكالوريا 2010 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (09 نقاط)

- $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 5$  :  $\mathbb{R}$  على
- ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
  2. أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
  3. بين أن النقطة  $I(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$  هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .
  4. أكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $I$ .
  5. تحقّق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = (x-1)^2(2x-5)$
  - ثم استنتج نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.
  6. أرسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

التمرين رقم 06 بكالوريا 2010 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (07 نقاط)



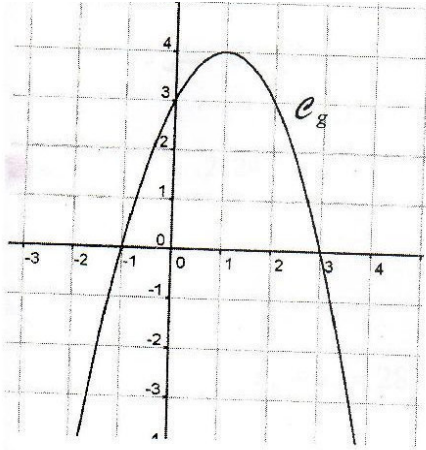
- $f$  دالة عددية معرفة على المجال  $[-2; 2]$
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس.
- انظر الشكل وأجب عن الأسئلة التالية:
1. أ- عيّن  $f'(1)$  و  $f'(-1)$  ( $f'$  هي الدالة المشتقة للدالة  $f$ )
  - ب- عيّن صورتَي العددين  $(-2)$  و  $(-1)$  بواسطة الدالة  $f$ .
  - ج- شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[-2; 2]$ .

2. باستعمال اتجاه تغير الدالة  $f$ ، قارن العددين  $f(\frac{3}{2})$  و  $f(\sqrt{3})$ .
3.  $A$  هي النقطة من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها  $(0; -2)$ ، وبفرض أن  $f'(0) = 3$ ؛ اشرح كيف يمكن رسم مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  ثم أرسمه بعد نقل الشكل.

التمرين رقم 07 بكالوريا 2011 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$
- (C) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- احسب نهايات الدالة  $f$  عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثم استنتج أن (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
  - احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.
  - شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
  - عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات.
  - اكتب معادلة لـ  $(\Delta)$  مماس المنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 4.
  - أنشئ (C) و  $(\Delta)$ .

التمرين رقم 08 بكالوريا 2011 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (06 نقاط)



أ) في الشكل المقابل،  $\mathcal{C}_g$  هو التمثيل البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $g(x) = -x^2 + 2x + 3$

بقراءة بيانية:

- شكّل جدول تغيّرات الدالة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .
  - عيّن حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
- ب) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 3$$

$\mathcal{C}_f$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- بيّن أن:  $f'(x) = -g(x)$  ثم استنتج إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
- احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$ .
- احسب  $f(-1)$ ،  $f(3)$  ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
- بيّن أنه يوجد مماسان للمنحنى  $\mathcal{C}_f$  معامل توجيه كل منهما يساوي 5.
- حلّ في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = g(x)$  ثم استنتج إحداثيات نقط تقاطع المنحنيين  $\mathcal{C}_f$  و  $\mathcal{C}_g$ .

التمرين رقم 09 بكالوريا 2012 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة:  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$

(C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

2. احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها. ( $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ )

3. شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

4. أ) اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  المماس للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) - (3x - 5) = -(x - 1)^3$

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم  $(\Delta)$ .

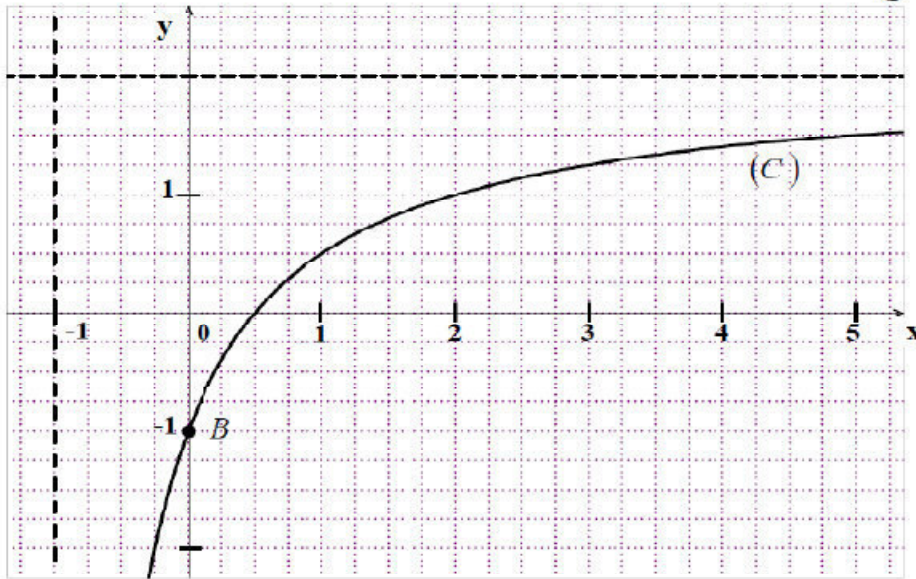
5. احسب  $f(-1)$  ثم أنشئ المماس  $(\Delta)$  و المنحنى (C).

التمرين رقم 10 بكالوريا 2012 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

$f$  الدالة المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = 2 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.

يرمز (C) إلى التمثيل البياني للدالة  $f$  في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

كما هو موضّح أدناه.



1. اعتمادا على التمثيل البياني (C) بيّن أن:  $a=3$ .

2. أ) احسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب) احسب  $f'(x)$  ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$  على  $]-1; +\infty[$ . ( $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ )

3. أ) حل في المجال  $]-1; +\infty[$  المعادلة:  $f'(x) = \frac{3}{4}$

ب) ( $D$ ) مستقيم معادلته:  $y = \frac{3}{4}x - 1$

اكتب معادلة للمستقيم  $(\Delta)$  المماس للمنحنى (C) الذي يوازي المستقيم ( $D$ ).

4. احسب  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  ثم حلّ بيانيا المترابحة  $f(x) \geq 0$ .

التمرين رقم 11 بكالوريا 2013 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (05 نقاط)

في الشكل المقابل، المنحنى  $(C)$  هو التمثيل البياني للدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

والمستقيم  $(\Delta)$  هو مماس للمنحنى  $(C)$  عند مبدأ المعلم  $O$ ، حيث:  $y = g(x)$  معادلة له.

I) بقراءة بيانية، عيّن:

1- عدد نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل.

2- إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

3- عدد حلول المعادلة:  $f(x) = g(x)$

II) باستعمال عبارة الدالة  $f$ :

1- أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .

ب) احسب  $f'(x)$ ، ثم ادرس إشارتها.

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

2- أ) أثبت أنّه، من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

$$f(x) = x(x-2)^2$$

ب) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل.

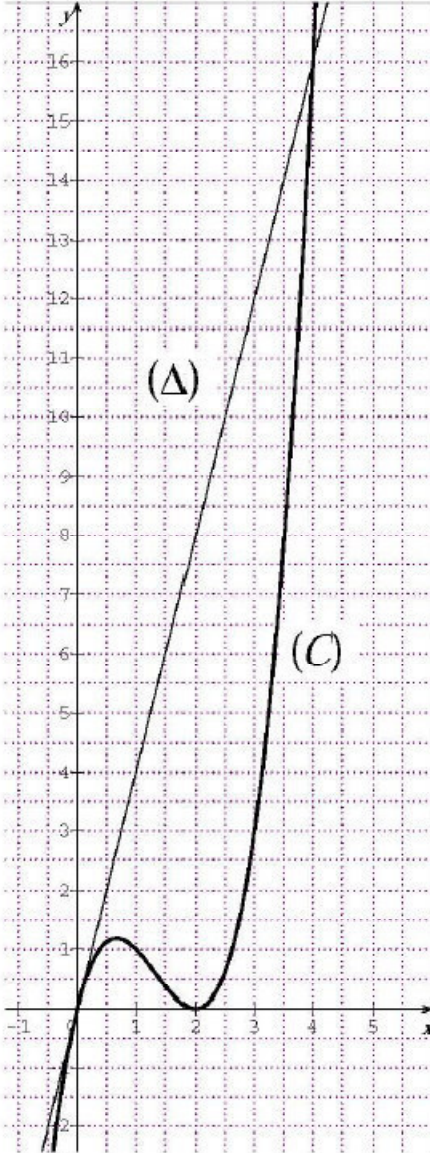
3- أ) بيّن أنّ:  $g(x) = 4x$ .

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع  $(C)$  مع  $(\Delta)$ .

4- بيّن أنّ،  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف فاصلتها  $\frac{4}{3}$ .

5- عيّن بيانياً، مجموعة قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، التي من أجلها

تقبل المعادلة  $f(x) = m$  ثلاثة حلول متميزة.



التمرين رقم 12 بكالوريا 2013 شعبة آداب و فلسفة + لغات أجنبية (08 نقاط)

$f$  الدالة المعرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بالعلاقة:  $f(x) = \frac{2x-1}{2x-4}$  و  $(C)$  المنحنى البياني

الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1- بيّن أنّه، من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$ ،  $f(x) = 1 + \frac{3}{2x-4}$ .

2- هل النقطة  $A\left(1; -\frac{1}{2}\right)$  تنتمي إلى  $(C)$ ؟

3- أ) احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها.

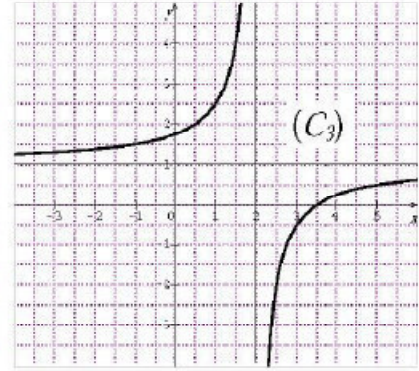
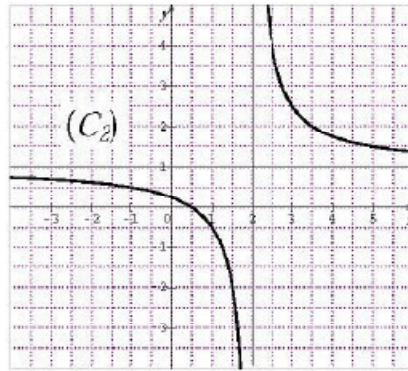
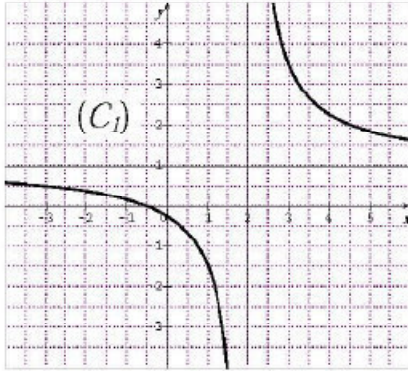
ب) استنتج أنّ  $(C)$  يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

4- احسب  $f'(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

5- جد فواصل نقط المنحنى  $(C)$ ، التي يكون معامل توجيّه المماس عندها يساوي  $-\frac{3}{2}$ .

6- جد إحداثيات نقط تقاطع  $(C)$  مع كل من حامل محور الفواصل وحامل محور الترتيب.

7- عيّن، مع التبرير، المنحنى  $(C)$  من بين المنحنيات  $(C_1)$ ،  $(C_2)$ ،  $(C_3)$  الممثلة أدناه.

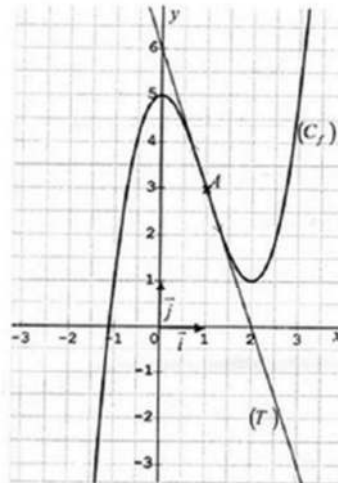


**تمرين 13 بكالوريا 2014 (9 نقاط):**

- $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{-2\}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$
- $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) عيّن العدد الحقيقي  $\alpha$  بحيث من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$  :  $f(x) = \alpha - \frac{3}{x+2}$
  - (2) عيّن النقط من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.
  - (3) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها.
  - (4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R} - \{-2\}$  :  $f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$   
 ب)  $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$   
 ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .
  - (5) عيّن إحداثيات نقط تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محوري الإحداثيات.
  - (6) أ) اكتب معادلة المماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A$  ذات الفاصلة -1  
 ب) بيّن أنّه يوجد مماس آخر  $(\Delta')$  للمنحنى  $(C_f)$  يوازي المستقيم  $(\Delta)$ .
  - (7) ارسم المماس  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

**تمرين 14 بكالوريا 2014 (8 نقاط):**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بتمثيلها البياني  $(C_f)$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  و  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة  $A(1;3)$  كما في الشكل:



- (1) خمن نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  وشكل جدول تغيّراتها.
- (3) أ) اكتب معادلة للمماس  $(T)$   
 ب) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمماس  $(T)$   
 ثم استنتج أنّ  $A$  هي نقطة الانعطاف للمنحنى  $(C_f)$
- (4) عيّن حلول المتراجحة:  $f(x) > 5$
- (II) إذا علمت أنّ  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بالشكل:  
 $f(x) = x^3 + ax^2 + b$  حيث  $a$  و  $b$  عددا حقيقيان.
- (1) عيّن العددين  $a$  و  $b$
- (2) تحقّق من صحة إجاباتك السابقة حول:  
 أ) اتجاه تغير الدالة  $f$   
 ب) معادلة المماس  $(T)$   
 ج) نقطة الانعطاف  $A$   
 د) حلول المتراجحة:  $f(x) > 5$

**تمرين 15 بكالوريا 2015 (8 نقاط):**

- $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{2\}$  بـ :  $f(x) = \frac{-x+3}{x-2}$
- (1)  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) أ) احسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .
- ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى  $(C_f)$ .
- (2) احسب  $f'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ .
- (3) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .
- (4)  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان ،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = ax + b$ .
- عين العددين  $a$  و  $b$  علماً أنّ المستقيم  $(\Delta)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.
- (5) أ) تحقق أنّه لكل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{2\}$  :  $f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$ .
- ب) استنتج النقط من المنحنى  $(C_f)$  التي إحداثياتها أعداد صحيحة.
- (6) أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$ .

**تمرين 16 بكالوريا 2015 (8 نقاط):**

- $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^3 - 3x + 2$
- (1)  $(C_f)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$ .
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ؛ ثم شكّل جدول تغيراتها.
- (3) بيّن أنّ المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثيها.
- (4) اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.
- (5) احسب  $f(-2)$  و  $f(2)$  ؛ ثم أنشئ  $(T)$  و  $(C_f)$ .
- (6) أ) أنشئ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = x + 2$ .
- ب) حل ، في  $\mathbb{R}$  ، بيانيا المترابطة  $f(x) \geq x + 2$ .

**تمرين 17 بكالوريا 2016 (8 نقاط):**

- لتكن  $f$  دالة معرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  بالعلاقة :  $f(x) = \frac{4-x}{x+1}$  .
- ( $C_f$ ) المنحنى البياني الممثل للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$  .
- ب) استنتج أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
- (2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها .
- (3) بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مماسين ( $T_1$ ) و ( $T_2$ ) معامل توجيه كل منهما  $-5$  . يطلب تعيين معادلة لكل منهما.
- (4) أنشئ المماسين ( $T_1$ ) و ( $T_2$ ) و المنحنى ( $C_f$ ) .

**تمرين 18 بكالوريا 2016 (8 نقاط):**

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة :  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
- ( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .
- (1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
- (2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = (3x-3)(x-3)$  .
- ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها .
- (3) أ) اكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة  $E$  ذات الفاصلة 2 .
- ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) - (-3x+8) = (x-2)^3$  .
- ج) استنتج وضعية المنحنى ( $C_f$ ) بالنسبة إلى المماس ( $T$ ) .
- د) برّر أن  $E$  نقطة انعطاف للمنحنى ( $C_f$ ) .
- (4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = x(x-3)^2$  .
- ب) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى ( $C_f$ ) مع حامل محور الفواصل .
- (5) احسب  $f(4)$  ثم أنشئ المماس ( $T$ ) والمنحنى ( $C_f$ ) .

**تمرين 20 بكالوريا 2017 (8 نقاط):**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي:  $f(x) = \frac{4x-3}{2x-2}$   
( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ( $O; \vec{i}, \vec{j}$ )

- 1) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f(x) = 2 + \frac{1}{2x-2}$
- 2) أ) احسب النهايات التالية:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  .  
ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى ( $C_f$ ) .
- 3) أ) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن 1 ،  $f'(x) = \frac{-2}{(2x-2)^2}$   
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- 4) جد إحداثيات نقط تقاطع المنحنى ( $C_f$ ) مع حامل محورى الإحداثيات.
- 5) اكتب معادلة المماس ( $\Delta$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 2 .
- 6) ارسم ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ ) .

**تمرين 21 بكالوريا 2017 (8 نقاط):**

- نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$
- ( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ( $O; \vec{i}, \vec{j}$ )
- 1) احسب النهايتين التاليتين:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  .
  - 2) أ) بين أن: من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = (x-2)(x+2)$  .  
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  .
  - 3) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .
  - 4) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = 0$  ، استنتج إحداثيات نقط تقاطع ( $C_f$ ) مع حامل محورى الإحداثيات.
  - 5) بين أن ( $C_f$ ) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم.
  - 6) اكتب معادلة المماس ( $T$ ) للمنحنى ( $C_f$ ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
  - 7) ارسم ( $T$ ) و المنحنى ( $C_f$ ) .

**تمرين 22 بكالوريا 2018 (8 نقاط):**

- $f(x) = x^3 - 3x^2$  : ب:  $\mathbb{R}$  على المعرفة العددية الدالة  $f$
- و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$ .
  - (2) أ) احسب  $f'(x)$  ثم ادرس إشارتها.  
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.
  - (3) بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها .
  - (4) اكتب معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.
  - (5) أ) تحقّق من أن النقطة  $O$  (مبدأ المعلم) والنقطة  $A$  ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.  
ب) ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .
  - (6) حلّ في  $\mathbb{R}$  بيانيا المتراجحة:  $f(x) > 0$ .
  - (7) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) + 4 = (x+1)(x-2)^2$  ، ثم حلّ المعادلة  $f(x) = -4$ .

### تمرين 23 بكالوريا 2018 (8 نقاط):

- لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  : ب:  $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.
- $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .
- I. عيّن العدد الحقيقي  $a$  بحيث يشمل المنحنى  $(C_f)$  النقطة  $O$  مبدأ المعلم.

II. نضع  $a = 3$ .

- (1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; -1[ \cup ]-1; +\infty[$  :  $f(x) = \frac{3x}{x+1}$
- (2) أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالي تعريفها .  
ب) استنتج معادلتى المستقيمين المقاربين للمنحنى  $(C_f)$ .
- (3) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن  $-1$  :  $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$  .  
ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكّل جدول تغيراتها.
- (4)  $b$  عدد حقيقي،  $(\Delta)$  مستقيم معادلته  $y = 3x + b$  .  
عيّن العدد  $b$  حتى يكون المستقيم  $(\Delta)$  مماساً للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = -2$ .
- (5) ارسم المنحنى  $(C_f)$ .