

سلسلة تعاريف الدوال العددية الواردة في البكالوريا

من 2008 إلى 2018 [شعبة تسيير و إقتصاد]

جمع و إعداد الأستاذ : بخاشة خالر

السنة الدراسية : 2018 / 2019

التعريف الأول [باك 2008] [م1] [ن8]

لتكن f دالة عددية قابلة للإشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها . لها جدول التغيرات التالي :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$	3	$+\infty$

تكتب عبارة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ حيث a, b, c أعداد حقيقية .

(1) أحسب $f'(x)$.

(2) إعتماذا على جدول تغيرات الدالة f :

أ- عين الأعداد الحقيقية a, b, c .

ب- عين $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

ج- قارن بين صورتين العددين $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{2}$ بالدالة f معللا إجابتك .

(3) نأخذ فيما يلي : $a = 1$ ، $b = 1$ ، $c = \frac{1}{4}$ و ليكن (C) المنحنى البياني الممثل لتغيرات الدالة في معلم متعامد ومتجانس .

أ- بين أنه عندما يؤول x إلى $(+\infty)$ أو $(-\infty)$ فإن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) معادلته : $y = x + 1$.

ب- أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

ج- أثبت أن النقطة $\omega(1; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

د- عين نقط تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل .

(4) λ عدد حقيقي ، عين بيانيا ، حسب قيم λ عدد حلول المعادلة $f(x) = |\lambda|$.

التعريف الثاني [باك 2008] [م2] [ن5]

الدالة كثير الحدود P معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $P(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + \frac{1}{2}$

(1) شكل جدول تغيرات الدالة P على $\mathbb{R}$.

(2) بين أن المعادلة $P(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]-\frac{1}{2}; 0\right]$.

(3) استنتج إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$.

(4) الدالة العددية G معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $G(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x$

عين إتجاه تغير الدالة G على $\mathbb{R}$ (لا يطلب حساب $G(\alpha)$) .

f دالة معرفة على $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ ، (C_f) تمثيلها البياني وجدول تغيراتها معطى كما يلي :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f(x)	2	$+\infty$	2

أجب ب : خطأ أو صحيح على كل سؤال مما يلي مع تبرير الإجابة .

- (1) المستقيم الذي معادلته $y = 2$ مقارب للمنحنى (C_f) .
- (2) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا .
- (3) مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > 0$ هي $S =]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$.
- (4) في المجال $]-\infty; -1[$ يكون : " $f(-2) > f(x)$ عندما يكون $x < -2$ " .
- (5) النقطة $A(-3; 1)$ تنتمي إلى المنحنى (C_f) .
- (6) الدالة f زوجية .

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

يرمز (C_f) إلى المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) عيّن الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$

- (2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها .
- (3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا موازيا لمحور الترتيب يطلب تعيين معادلته له .
- (4) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
- (5) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
- (II) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$. f' هي الدالة المشتقة للدالة f

(2) عيّن اتجاه تغير الدالة f على مجالي مجموعة تعريفها وشكل جدول تغيراتها .

(3) أكتب معادلة للمماس (D) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

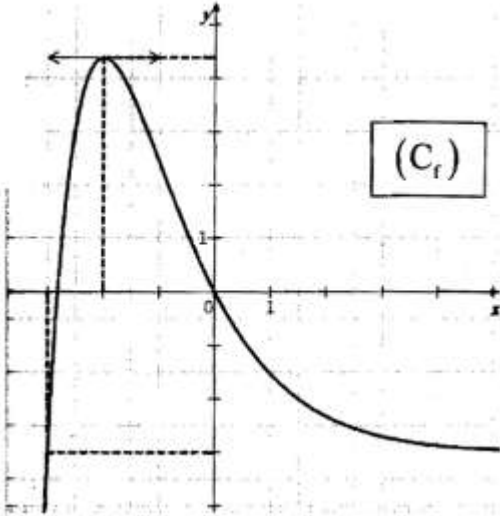
(III) (1) بين أن النقطة $A(-1; -2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

(2) أرسم كلا من : (Δ) ، (D) و (C_f) .

(3) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = m$ حلان مختلفان .

(4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما : $x = 1$ و $x = e^2 - 1$.

التمرين الخامس [باك 2009] [م2] (ن8)



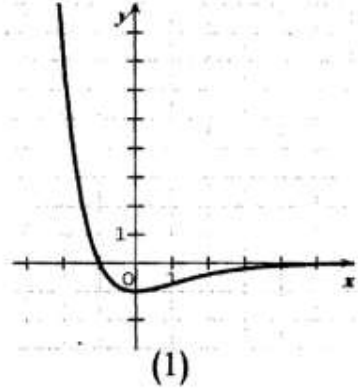
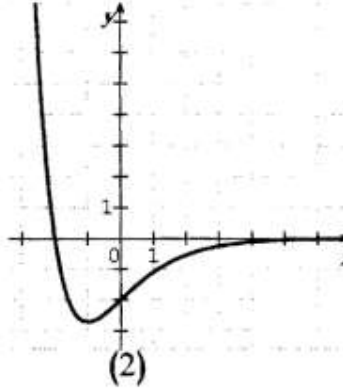
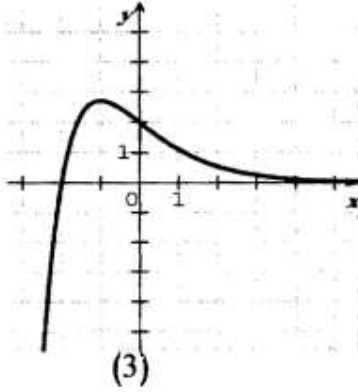
دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = (x+a)e^{-x} + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بقراءة بيانية للمنحنى (C_f) :

أ- عين $f(-3)$ ، $f(0)$ ، $f'(-2)$.

ب- عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$.

ج- من بين المنحنيات الثلاثة (1) ، (2) ، (3) عين ، مع التبرير ، المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x) = (x+3)e^{-x} - 3$ ،

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته له.

د- بين أن المعادلة $f(x) = -2$ تقبل في المجال $[0; +\infty[$ حلا وحيدا α محصورا بين 1,50 و 1,52 .

(3) نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x) = (-x-4)e^{-x}$ وليكن العدد الحقيقي I حيث : $I = \int_{-2}^0 f(x) dx$

أ- أحسب $F'(x)$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

ب- أعط تفسيرا بيانيا للعدد I مبررا الحصر التالي $4,5 < I < 5$ باعتبارات بيانية محضّة.

ج- أحسب العدد I .

التمرين السادس [باك 2010] [م1] (ن4)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = (\ln(x))^2 + 2\ln(x) - 3$:

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس . $(\ln)$ هو رمز اللوغاريتم النبيري

(1) أ- حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة : $f(x) = 0$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .

ب- حل إلى $f(x)$ جداء عاملين .

ج- حل في المجال $]0; +\infty[$ المتراجحة : $2\ln(x) + 2 \geq 0$.

(2) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{x^2} \text{ بـ } \mathbb{R}^* \text{ المعرفة على}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}$ ، حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) أحسب: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

(3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فإن: $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x^3}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل ، يطلب تعيين معادليهما.

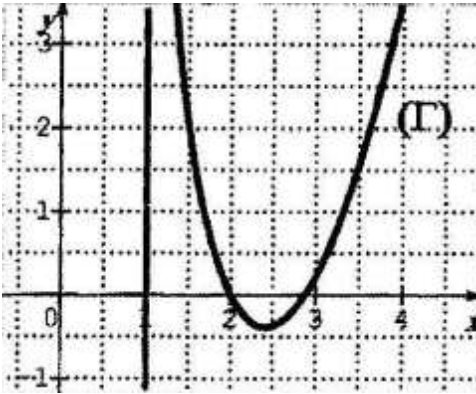
(5) أوجد معادلة (Δ) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(6) أرسم (Δ) و المنحنى (C_f) .

(7) أ- عين الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ و التي تحقق: $F(2) = -10$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ و $x=2$.

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x-1)$ (ln هو رمز اللوغاريتم النبيري)



و (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس كما هو في الشكل التالي:

(1) بقراءة بيانية ، عين عدد حلول المعادلة $g(x) = 0$.

(2) أحسب $g(2)$.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث: $2,87 < \alpha < 2,88$.

(4) استنتج حسب قيم x ، إشارة $g(x)$ في المجال $]1; +\infty[$.

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x - 3 + 4 \frac{\ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أوجد نهاية الدالة f عند $+\infty$. (لاحظ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ج- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 3$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د- أوجد فاصلة نقطة تقاطع (Δ) مع (C_f) .

هـ- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد x من المجال $]1; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

(3) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) = 3,9$)

(4) أ- عين مشتقة الدالة: $x \mapsto [\ln(x-1)]^2$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1; +\infty[$.

ب- أحسب: $\int_2^5 f(x) dx$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

التمرين التاسع [باك 2011] [م1] (ن3)

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية توجد ثلاث إقتراحات من بينها واحد فقط صحيح ، حدد الإقتراح الصحيح في كل حالة مع التبرير .
(1) مجموعة حلول المتراجحة $\ln(-3x + 2) \leq \ln 3$ هي :

(أ) $\left[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right]$ (ب) $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ (ج) $\mathbb{R}$

(2) لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{1}{x}$. الدالة الأصلية F للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x = e$ معرفة كما يلي :

(أ) $F(x) = e^{-2} - \frac{1}{x^2}$ (ب) $F(x) = -1 + \ln x$ (ج) $F(x) = \ln x$

(3) القيمة المتوسطة للدالة $x \mapsto \frac{x^2}{4}$: g على المجال $[-2; 2]$ تساوي :

(أ) $\frac{4}{3}$ (ب) 3 (ج) $\frac{1}{3}$

التمرين العاشر [باك 2011] [م1] (ن8)

(1) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = e^{2x} - e^x - x - 2$

أ- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. (نقبل أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^{2x}} = 0$)

ب- بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن دالتها المشتقة f' تحقق : $f'(x) = (e^x - 1)(2e^x + 1)$.
ج- أدرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(2) (C) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ على المجال $]-\infty; 1]$.

أ- بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $y = -x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (d) .

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث $-2,11 < \alpha < -2,10$ و $0,81 < \beta < 0,82$ و فسر النتيجة هندسيا .

ج- أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C) .

(3) عين دالة أصلية F للدالة f على المجال $]-\infty; 1]$.

التمرين الحادي عشر [باك 2011] [م2] (ن7)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1}$

و (C) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(الوحدة 1cm على محور الفواصل و 4cm على محور الترتيب)

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = 1 - \frac{x}{x^2 + 1}$.

(2) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. واستنتج أن (C) يقبل مستقيما مقاربا يطلب تعيين معادلته له .

(3) أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 1$.

(4) أحسب $f'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

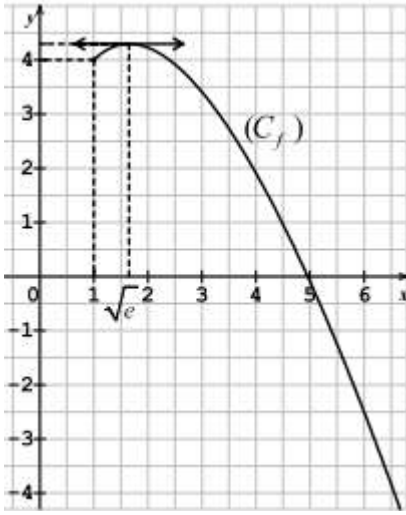
(5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) = 2 - f(x)$ و استنتج أن (C) يقبل مركز تناظري يطلب تعيينه .

(6) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C) .

(7) أ- أحسب التكامل : $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 1} dx$.

ب- أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 0$ و $x = 1$

التدريب الثاني عشر [باك 2012] [م1] (ن6)



التمثيل البياني (C_f) المقابل هواللدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بالعلاقة:

$$f(x) = ax + b + cx \ln x \quad \text{حيث } a, b, c \text{ أعداد حقيقية.}$$

(1) خمن بقراءة بيانية إتجاه تغير f و نهاية f عند $+\infty$.

(2) أحسب بدلالة a و c عبارة $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة

للدالة f على $[1; +\infty[$.

بـ باستعمال معطيات في الشكل ، وعلما أن $f(5) = 16 - 10 \ln 5$.

$$f(x) = 3x + 1 - 2x \ln x \quad \text{بين أن :}$$

جـ. تحقق من صحة تخمينك في السؤال 1 ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على $]-\infty; 1[$ ، ثم تحقق أن $4,95 < \alpha < 4,96$.

(4) نعرف العدد الحقيقي S كما يلي : $S = \int_1^{\alpha} f(x) dx$ (حيث α هو حل المعادلة $f(x) = 0$)

أـ بين أن الدالة $g : x \mapsto 2x^2 + x - x^2 \ln x$ دالة أصلية للدالة f على المجال $[1; +\infty[$.

بـ أعط تفسيراً هندسياً للعدد S ، ثم أحسبه بدلالة α .

جـ. بين أن : $S = \frac{1}{2} \alpha(\alpha + 1) - 3$ ، ثم استنتج حصراً للعدد α .

التدريب الثالث عشر [باك 2012] [م2] (ن6)

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

جدول التغيرات المقابل هواللدالة f المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = (x + 1)e^{1-x}$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y = -x + 3$.

(2) g هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = -xe^{1-x} + 1$

أـ أدرس اتجاه تغير الدالة g .

بـ أحسب $g(1)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[-1; +\infty[$.

(3) h هي الدالة المعرفة على المجال $[-1; +\infty[$ بـ : $h(x) = (x + 1)e^{1-x} + x - 3$

أـ لاحظ أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $h(x) = f(x) + x - 3$ ، ثم استنتج أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$.

بـ بين أنه من أجل كل x من المجال $[-1; +\infty[$ ، $h'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج جدول تغيرات الدالة h .

جـ. تحقق أن المعادلة : $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; +\infty[$ يطلب تعيينه.

دـ حدد إشارة $h(x)$ ، ثم استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

هـ. أنشئ كلا من المماس (Δ) والمنحنى (C_f).

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 100 + \frac{57600}{x+1} \quad \text{كما يلي: }]-1; +\infty[\text{ المجال}$$

(1) أحسب نهايتي f عند -1 بقيم أكبر وعند $+\infty$.

$$f'(x) = \frac{(x^2 + x - 240)(x^2 + x + 240)}{(x+1)^2}, \quad]-1; +\infty[\text{ المجال } x \text{ من أجل كل}$$

بـ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ جد الدالة الأصلية H للدالة $h: x \mapsto \frac{1}{x+1}$ على المجال $]-1; +\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x = 0$.

(3) تنتج إحدى شركات تركيب آلات الغسيل خلال أسبوع 5 آلات على الأقل و 200 آلة على الأكثر.

تتمذج الكلفة الهامشية C_m لانتاج x آلة إضافية للشركة على المجال $[5; 200]$ بالدالة f أي أن:

$$C_m(x) = f(x), \quad x \text{ من المجال } [5; 200]$$

أـ ما هو عدد الآلات التي يجب أن تنتجها الشركة خلال أسبوع لكي تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن؟

بـ نرمز بالرمز $C(x)$ للكلفة الإجمالية لانتاج x آلة. و نذكر أن: $C'(x) = C_m(x)$.

جد عبارة الكلفة الإجمالية $C(x)$ ، علما أن الكلفة الإجمالية لانتاج 5 آلات الأولى هي $40000 DA$ ، ثم استنتج

قيمة الكلفة الإجمالية 15 آلة الأولى.

$$f \text{ الدالة العددية } f \text{ معرفة على } \mathbb{R}^* \text{ كما يلي: } f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{e^x - 1}$$

$$(C_f) \text{ وتمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس } (O, \vec{i}; \vec{j})$$

$$(1) \text{ أـ أحسب } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x). \text{ فسر النتيجةين هندسيا.}$$

$$\text{بـ أحسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

$$(2) \text{ أـ بين أن المستقيم } (\Delta) \text{ ذا المعادلة } y = 2x - 1 \text{، مقارب مائل للمنحنى } (C_f).$$

$$\text{بـ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ غير معدوم، فإن: } f(x) = 2x - 2 + \frac{e^x}{e^x - 1} \text{، ثم استنتج أن المستقيم } (\Delta') \text{ ذا}$$

$$\text{المعادلة } y = 2x - 2 \text{، مقارب للمنحنى } (C_f).$$

$$(3) \text{ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ غير معدوم، فإن: } f'(x) = \frac{2e^{2x} - 5e^x + 2}{(e^x - 1)^2}$$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

$$(4) \text{ مثل بيانيا كلا من } (\Delta) \text{ و } (\Delta') \text{ و } (C_f).$$

$$(5) \text{ أحسب العدد } \int_1^2 f(x) dx \text{، ثم فسر هندسيا.}$$

(I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{-x^2 + x + 2}{x^2}$.

(1) عين، تبعا لقيم x ، إشارة $g(x)$.

(2) أ- تحقق أنه، من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) = -1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}$ ،
ب- استنتج الدوال الأصلية للدالة g على $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; 8]$ كما يلي: $f(x) = 3 - x - \frac{2}{x} + \ln x$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أتحقق أن f هي الدالة الأصلية للدالة g على المجال $]0; 8]$ والتي تنعدم عند 1.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; 8]$.

ج- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

د- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين، أحدهما α ، حيث: $3,8 < \alpha < 3,9$.

(3) مثل بيانيا (C_f) .

(III) الدالة العددية h معرفة على $]-\frac{2}{3}; 2]$ كما يلي: $h(x) = f(3x + 2)$.

(1) بين أنه إذا كان $-\frac{2}{3} < x \leq 0$ فإن $0 < 3x + 2 \leq 2$ وإذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن $2 \leq 3x + 2 \leq 8$.

(2) أحسب $h'(x)$. (عبارة $h(x)$ غير مطلوبة)

(3) شكل جدول تغيرات h .

(I) الدالة العددية g معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$.

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج تبعا لقيم x إشارة $g(x)$.

(II) الدالة العددية f معرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يعطى $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$)
ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

(2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .
ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) .

(4) عين فاصلة النقطة A من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) موازيا للمستقيم (D) ثم أكتب معادلة للمماس (T) .

(5) أرسم (D) ، (T) و (C_f) .

(6) أحسب القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1; 3]$.

الدالة العددية f معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = 6(1 - 2x)e^{-x} + 5$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$).

(I) 1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا . (يعطى : $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^{-x} = 0$)

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أنشئ (C_f).

4) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 3,5$ تقبل في $[0; 7]$ حلين مختلفين α ، β حيث $0,7 < \alpha < 0,8$ و $2,9 < \beta < 3$.

ب- حل بيانيا في المجال $[0; 7]$ المتراجحة : $f(x) \leq 3,5$.

5) أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة g المعرفة على $[0; 7]$ بـ : $g(x) = (ax + b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة h

المعرفة على $[0; 7]$ بـ : $h(x) = 6(1 - 2x)e^{-x}$.

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $[0; 7]$.

(II) الكلفة الهامشية C_M لصناعة كمية x (مقدرة بالطن) من منتج ، حيث x ينتمي إلى المجال $[0; 7]$.

نتمذج بالدالة f أي : $C_M(x) = f(x)$ (الكلفة مقدرة بملايين الدينار).

1) حدد كمية المنتج بحيث تكون الكلفة الهامشية أقل ما يمكن ، وما هي قيمة هذه الكلفة ؟ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

2) ما هي كميات المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 3,5 مليون دينار؟

3) نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية.

أ- بين أن الكلفة الإجمالية C_T معرفة بـ : $C_T(x) = (12x + 6)e^{-x} + 5x + k$ حيث k عدد حقيقي.

ب- حدد k إذا علمت أن المصاريف الثابتة 2 مليون دينار (أي $C_T(0) = 2$).

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{4e^{-x}}{e^{-x} + 1} - 3$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$).

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = \frac{4}{e^x + 1} - 3$.

ب- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- جد فاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع محور الفواصل .

ب- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة $\Omega(0; -1)$.

ج- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(-x) + f(x) = -2$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مركز تناظر.

د- أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) في نفس المعلم.

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 0$ ، $x = -\ln 3$ و $y = 0$.

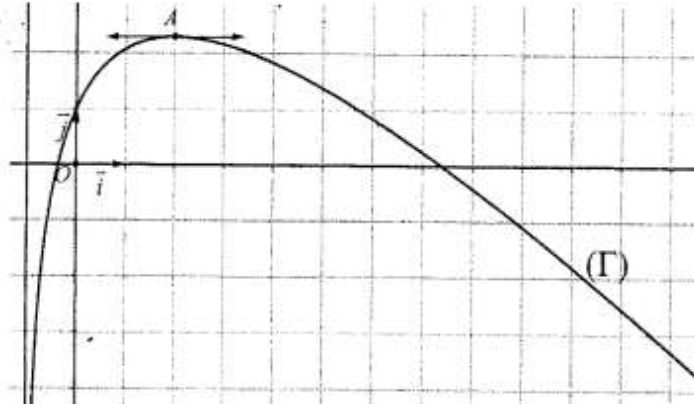
5) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(|x|)$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم ($O; \vec{i}, \vec{j}$).

أ- بين أن h دالة زوجية.

ب- إعتمادا على المنحنى (C_f) ، إشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) ثم أرسمه في نفس المعلم السابق.

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) f دالة معرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $f(x) = ax + b + 3\ln(x+1)$ حيث a و b عدنان حقيقيان.



(Γ) التمثيل البياني للدالة f ، المعطى في الشكل

المقابل، يقبل في النقطة $A(2; -1 + 3\ln 3)$ مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.

(1) بقراءة بيانية:

أ- ضع تخمينا حول $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

(2) باستعمال المعطيات المتوفرة، جد قيمة كل من a و b .

(II) نعتبر في هذا الجزء : $f(x) = -x + 1 + 3\ln(x+1)$.

(1) أحسب نهاية الدالة f عند -1 بقيم أكبر.

(2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$. (يعطى : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$)

(3) أ- عين النقطة B من المنحنى (Γ) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (Γ) موازيا للمستقيم الذي معادلته $y = x$ ، ثم أكتب معادلة للمماس (T).

ب- استنتج بيانيا، قيم العدد الحقيقي m التي تقبل من أجلها المعادلة $f(x) = x + m$ حلين موجبين تماما.

(4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = (x+1)\ln(x+1) - x$

أ- أحسب $g'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$.

ب- لتكن α و β فاصلتي نقطتي تقاطع المنحنى (Γ) مع حامل محور الفواصل،

بين أن : $\alpha \in]7,37; 7,38[$ و $\beta \in]-0,37; -0,36[$.

ج- أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) و محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = \alpha$ و $x = 0$.

د- تحقق أن : $S = \left(\frac{1}{2}\alpha^2 - 2\alpha - 1\right)ua$ ، ثم عين حصرا لـ S . (ua وحدة مساحة)

(III) تنتج إحدى الورشات في اليوم الواحد 7 آلاف قطعة على الأكثر.

تنمذج الكلفة الهامشية C_m (الوحدة 1000 دينار) لإنتاج قطعة إضافية على المجال $[0; 7]$ بالدالة f المعرفة في الجزء (II)، أي من

أجل $x \in [0; 7]$ لدينا $C_m(x) = f(x)$.

نرمز بـ $C_T(x)$ إلى الكلفة الإجمالية لإنتاج x قطعة.

(1) عين عبارة الكلفة الإجمالية $C_T(x)$ علما أن الكلفة الإجمالية لإنتاج الألف قطعة الأولى هي $\frac{5}{2}$.

(2) قدر الكلفة الإجمالية لإنتاج 7 آلاف قطعة.

التمرين الواحد و العشرون [باك 2016] [م1] (ن4)

$f(x) = e^x + 2e^{-x} - 3$: المعرفة على $\mathbb{R}$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة مع التعليل .

الإجابة (ج)	الإجابة (ب)	الإجابة (أ)	
0 و $\ln 3$	0 و $-\ln 2$	0 و $\ln 2$	1 حل المعادلة $f(x) = 0$ هما
-3	$+\infty$	$-\infty$	2 نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $+\infty$ هي
ليست رتيبة	متناقصة تماما	متزايدة تماما	3 على المجال $\left[\frac{\ln 2}{2}; +\infty\right]$ الدالة f
-1	2	1	4 m القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0; 2]$ ، مدور m إلى الوحدة هو :

التمرين الثاني و العشرون [باك 2016] [م1] (ن5,7)

(I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = ax + b + \ln x$ حيث a و b عدنان حقيقيان .

(1) عين a و b بحيث : $g(1) = 2$ و $g'(2) = \frac{3}{2}$.

(2) نضع : $g(x) = x + 1 + \ln x$

أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

بـ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

جـ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث : $0,2 < \alpha < 0,3$.

دـ حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$..

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (يعطى : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$)

(3) تحقق أن : $f(\alpha) = -\alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) أحسب $f(1)$ و $f(5)$ ثم أرسم (C_f) على المجال $[0; 5]$.

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $g(x) = -4 + 2x(1 + \ln x)$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$. (يعطى : $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$)

(2) أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,4 < \alpha < 1,5$.

(4) حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = (2x - 4)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. فسر النتيجة هندسيا .

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

(3) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

(4) أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب- أنشئ (T) و (C_f) . (تعطى : $f(\alpha) \approx 0,41$)

(5) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $F(x) = (x^2 - 4x)\ln x - \frac{1}{2}x^2 + 4x$

أ- بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$.

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 1$ ، $y = 0$ و $x = 2$.

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 + 3\ln x - 3$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,40 < \alpha < 1,41$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = x + 1 - \frac{3\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها .

(4) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

(5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) . (تعطى : $f(\alpha) \approx 1,68$)

(6) أ- بين أن الدالة h حيث $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

ب- أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 1$ ، $x = e$ و $y = x + 1$.

نعتبر الدالة f معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{e^x - 1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O, \vec{i}; \vec{j}$)

(1) أـ أحسب النهايات : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ وفسر بيانها النتائج المحصل عليها .

بـ أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، فإن : $f'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{e^x}{(e^x - 1)^2}$

بـ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 1$.

(4) عيّن معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\ln 3$.

(5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $g(x) = f(x) - \frac{9}{4}(x - \ln 3) - 1$

الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g .

أـ أحسب ($\ln 3$) g واستنتج إشارة ($g(x)$) حسب قيم x .

بـ أدرس على المجال $]0; +\infty[$ وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى

المماس (T) ، ثم فسر ذلك بيانياً .

(6) أحسب ($\ln 2$) f ثم أرسم (T) و (C_f) على المجال $]0; 3[\cup]-\infty; 0[$.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ : $f(x) = \ln(x+2) + \ln(-x+8) - \ln 16$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$) .

نأخذ الوحدة البيانية : $2cm$.

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة التعريف $]-2; 8[$ وفسر النتيجة بيانياً .

(2) تحقق أنه من أجل كل x من $]-2; 8[$: $f'(x) = \frac{-2x+6}{(x+2)(-x+8)}$. (f' هي الدالة المشتقة للدالة f)

(3) أدرس إشارة ($f'(x)$) على المجال $]-2; 8[$ و شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) عيّن نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .

(5) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2; 8[$: $(6-x)$ ينتمي إلى $]-2; 8[$ و $f(6-x) = f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً .

(6) أرسم المنحنى (C_f) .

(7) لتكن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]-2; 8[$ بـ : $F(x) = (x+2)\ln(x+2) + (x-8)\ln(-x+8) - 2x - x \ln 16$

بين أن F دالة أصلية لـ f على المجال $]-2; 8[$.

(8) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = 0$ و $x = 4$.

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 1 + (1-x)e^{-x+1}$

أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g(x) > 0$. (لا يطلب حساب النهايات)

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + xe^{-x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أـ أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. ثم بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) .

بـ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

(2) بين أنه من أجل x من المجال $[0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول التغيرات للدالة f .

(3) بين أن المعادلة $f(x) = 4$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3,75 < \alpha < 3,77$.

(4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f) .

(5) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ: $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - (x+1)e^{-x+1}$.

أـ بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$.

بـ أوجد القيمة المضبوطة للعدد $\int_1^4 f(x) dx$ ، ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذا العدد .

(6) تتمذج الكلفة الهامشية C_m لإنتاج كمية q (مقدرة بالآلاف الوحدات) حيث $0 \leq q \leq 7$ بالدالة f المعرفة سابقا أي :

$C_m(q) = f(q)$ حيث: $q \in [0; 7]$. (الكلفة الهامشية مقدرة بملايين الدينار)

أـ ما هي كمية المنتج التي من أجلها لا تتجاوز الكلفة الهامشية 4 ملايين دينار؟

بـ نذكر أن دالة الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية . أحسب القيمة المتوسطة للكلفة الإجمالية

عندما تنتج الشركة ما بين 1000 وحدة و 4000 وحدة .