



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (4 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات مرقمة بـ : (2334445).

جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس . نسحب كريتان عشوائيا و في آن واحد من الكيس .

نعرف الحدثين : A " الحصول على كريتان جداء رقميهما مضاعف للعدد 3 " B " الكريتان المسحوبتان مجموع رقميهما زوجي "

1. أحسب $P(A)$ و $P(B)$

2. بين أن $P(A \cap B) = \frac{1}{7}$. ثم استنتج $P_B(A)$.

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب العدد $\alpha - 7$ حيث α هو مجموع الرقمين الظاهرين .

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانونه احتمالي X .

(ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ و بين أن : $P(X^2 - 1 > 0) = \frac{5}{21}$

التمرين الثاني : (4 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية المعرفة على $\square$ و حدودها موجبة تماما حيث : $\begin{cases} \ln u_3 + \ln u_5 = 2 \ln 2 - 8 \\ \ln u_4 - \ln u_2 = -2 \end{cases}$

I. عين u_4 و الأساس q للمتتالية (u_n) ثم تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان : $u_n = \frac{2}{e^n}$.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\square$ بـ : $v_{n+1} = \frac{1}{e} v_n + e - 1$ و $v_0 = 2 + e$.

1. (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان $v_n = u_n + e$.

(ب) استنتج v_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.

2. أحسب الجداء p_n التالي : $p_n = (v_0 - e) \times (v_1 - e) \times \dots \times (v_n - e) e^{2n}$

التمرين الثالث : (5 نقاط)

$$I. \text{ أوجد الأعداد المركبة } \alpha, \beta, \gamma \text{ التي تحقق الجملة التالية: } \begin{cases} \alpha - \beta = 2i\sqrt{3} \\ \bar{\alpha} + \bar{\beta} = -2 \\ \bar{\beta} - \bar{\alpha} = \gamma \end{cases} \text{ و } \gamma \text{ تخيلي صرف.}$$

II. A, B و C ثلاث نقاط من المستوي المركب $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لواحقتها على الترتيب:

$$z_C = 2 \text{ و } z_B = \bar{z}_A \text{ و } z_A = -1 - i\sqrt{3}$$

(1) أكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي و استنتج أن النقط A, B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها ثم أنشئها بدقة.

(2) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ على الشكل الأسّي ثم حدد طبيعة المثلث ABC.

ب) استنتج زاوية الدوران r الذي يحول A إلى B و مركزه C.

(3) أوجد لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي OABD متوازي أضلاع ثم أنشئها.

(4) أ) نحقق أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (Δ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق:

$$z - 2i\sqrt{3} = ke^{i(-\frac{\pi}{3})} \text{ لما يسمح } k \text{ المجموعة } \mathbb{C}_+^* \text{ ثم حدد طبيعة المجموعة } (\Delta).$$

ب) أنشئ كذلك صورة (Δ) بالدوران r .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (حيث : $\|\vec{OI}\| = 1\text{cm}$)

1. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) و محور الفواصل.

2. أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. يعطى $f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \approx -1.2$ و $f\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \approx 2.3$.

ب) بين أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

3. أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 1.

ب) عين نقطة تقاطع (C_f) مع محور الترتيب ثم أنشئ كل من (T) و (C_f) .

4. بين أنه مهما يكن الوسيط الحقيقي m النقطة ذات الفاصلة 1 تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) ذا المعادلة : $y = -mx + m$.

5. عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x) = m(-x+1)$ ثلاث حلول مختلفة.

6. أوجد العددان الحقيقيان α و β حتى تكون الدالة : $x \mapsto (x^2 + \alpha x + \beta)e^x$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

7. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل والمستقيمين الذين معدلتيهما $x=0$ و $x=2$.

I. يحتوي كيس U على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : (211) و أربعة كريات حمراء مرقمة بـ : (2211) وخمس كريات خضراء مرقمة بـ : (22111) . جميع الكريات متماثلة لا نفرق بينها في اللمس .

نسحب من الكيس 3 كريات في آن واحد و نعتبر الحدثين التاليين :

A " الكريات المسحوبة الثلاث من نفس اللون " B " الكريات المسحوبة الثلاث مجموع أرقامها أكبر أو يساوي 5 "

1. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و بين أن $P(A \cap B) = \frac{1}{44}$.

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات البيضاء التي تحمل رقما فرديا .

(أ) عين قيم X ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

(ب) أحسب $S = E(2024X + 1962)$.

السنة الأمازيغية

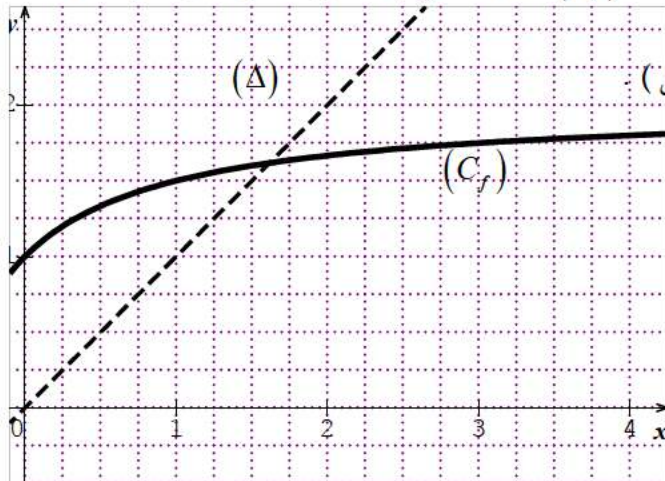
II. نعتبر الآن كيس ثاني V يحتوي على ثلاث كريات حمراء و كرتين بيضاويتين لا نفرق بينها عند المس . نضع الكريات الثلاث

المسحوبة من الكيس U في الكيس V . علما أن الكريات الثلاث المسحوبة من U من نفس اللون .

نسحب ثلاث كريات في آن واحد من الكيس V . ما احتمال أن تكون الكريات الثلاث المسحوبة تمايزة اللون مثنى مثنى .

التمرين الثاني : (4 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد



و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (الشكل المقابل) :

نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي :

$$\begin{cases} v_0 = 4 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases} ; \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1. (أ) أنقل الشكل على ورقة ميليمترية ثم مثل الحدود

الأربعة الأولى لكل متتالية مع إبراز خطوط الإنشاء .

(ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين (v_n) و (u_n) .

2. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ ثم أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) .

3. (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n . $\sqrt{3} < v_n \leq 4$ و $0 \leq u_n < \sqrt{3}$.

(ب) استنتج إتجاه تغير كل من المتتاليتين (v_n) و (u_n) .

4. (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n . $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{6}(v_n - u_n)$ و $0 < v_n - u_n \leq 4\left(\frac{1}{6}\right)^n$.

(ب) استنتج : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n)$ ثم حدد نهاية كل من (v_n) و (u_n) .

التمرين الثالث : (5 نقاط)

- (1) $P(z) = z^3 - 12z^2 + 49z - 78$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$.
 أ) تحقق أن 6 جذرا لكثير الحدود $P(z)$.
 ب) جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب : $P(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$.
 ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\square$ المعادلة $P(z) = 0$.
- (2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. A , B و C ثلاث نقط من المستوي المركب لواحقتها على الترتيب : $z_A = 3 + 2i$, $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = z_A + z_B$.
 أ) بين أن النقطة B هي صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AC}$.
 ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_O}$ على الشكل الأسّي ثم حدد بدقة طبيعة الرباعي $OACB$.
 ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد المركب $\left(\frac{3}{2} \left(\frac{z_A - z_B}{z_C - z_O}\right)\right)^n = \frac{2}{3} \left(\frac{z_C - z_O}{z_A - z_B}\right)$.
 (3) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي المركب التي تحقق : $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_C}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi / k \in \square$.
 تحقق أن النقطة G مركز ثقل الرباعي $OACB$ تنتمي إلى (γ) ثم حدد طبيعة المجموعة (γ) ثم أنشئها .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

- I. نعتبر الدالة العددية g معرفة على المجال $]-2; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 4x + 2 + \ln(x+2)$.
 (1) بين أن g متزايدة تماما على المجال $]-2; +\infty[$.
 (2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0.6 < \alpha < -0.7$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.
- II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ ب : $f(x) = -x + \frac{x+1+\ln(x+2)}{x+2}$.
 (1) (C_f) تمثيلها البيان في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (حيث : $\|\vec{OI}\| = 1cm$)
 أ حسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ثم أ حسب $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$.
 (2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-2; +\infty[$ فان : $f'(x) = -\frac{g(x)}{(x+2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
 (3) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و حدد وضعيته مع (C_f) .
 (4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) يطلب كتابة معدلته .
 (5) أنشئ كل من (Δ) , (T) و (C_f) . يعطى $f(\alpha) \approx 1.2$, $f(1.1) \approx 0$ و $f(-1.4) \approx 0$.
 (6) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة : $f(x) = -x + m$ حلان مختلفان في الإشارة .
 (7) أ حسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معدلتيهما $x = -1$ و $x = 0$.