

التاريخ: 2019/03/05

المدة: 02 س

المادة: الرياضيات

المستوى: الثانية ثانوي

اختبار الفصل الثاني

تمارين 01: (05,5 ن)

(1) لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A; 3), (B; 3), (C; -2), (D; -2)\}$.

أ. نسي I منتصف $[AB]$, بين أن I مرجح الجملة $\{(A; 3), (B; 3)\}$.

ب. نسي J منتصف $[CD]$, بين أن J مرجح الجملة $\{(C; -2), (D; -2)\}$.

ت. استنتج أن G مرجح النقطتين I و J .

(2) نسي K مرجح $\{(A; 3), (B; 3), (C; -2)\}$. بين أن المستقيمين (KD) و (IJ) متقاطعان في النقطة G .

(3) بين أن الجملة $\{(A; 1), (B; -2), (C; 1)\}$ لا تقبل مرجح. ثم استنتج أن الشعاع: $\vec{V} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC}$ يمكن أن يكتب على الشكل $\vec{V} = 2\vec{CI}$.

أ. عيّن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|\vec{V}\|$.

ب. عيّن Δ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|\vec{MA} + \vec{MB}\|$.

تمارين 02: (04,5 ن) "الجزءان الأول والثاني مستقلان عن بعضهما"

الجزء الأول: 1. هل العددان الحقيقيان $\frac{533\pi}{5}$ و $\frac{-117\pi}{5}$ يمثلان قيسا رئيسيا لنفس الزاوية؟

2. بسط ما يلي: أ. $A(x) = \cos(3\pi + x) + \sin(11\pi + x) - \cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)$.

ب. $B(x) = \cos\left(\frac{8\pi}{7} + x\right) + \sin\left(\frac{8\pi}{7} + x\right) - \cos\left(\frac{6\pi}{7} - x\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{7} - x\right)$.

الجزء الثاني: نعتبر المعادلة $(E_1): 2 \cos(4x) - 1 = 0$.

(1) أوجد حلول هذه المعادلة على المجال $]-\pi; \pi]$.

(2) من أجل كل عدد حقيقي x برهن المساواة التالية: $\cos(4x) = 8 \cos^4 x - 8 \cos^2 x + 1$.

تعطي: $\cos 2\alpha = 2(\cos \alpha)^2 - 1$.

أ. نعتبر المعادلة $(E_2): 16 \cos^4 x - 16 \cos^2 x + 1 = 0$.

ب. استنتج أن للمعادلتين (E_1) و (E_2) نفس الحلول.

I. g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x + 4$.

أ. أحسب $g(-1)$ ثم استنتج تحليلا لـ $g(x)$.

ب. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

وليكن (C_f) منحناها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف.

(2) أحسب مشتقة الدالة f ثم يبين أنه من أجل كل x من D_f لدينا: $f'(x) = \frac{x(x+1)(x^2-x+4)}{(x^2+1)^2}$.

(3) استنتج تغيرات الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(4) أوجد الأعداد الحقيقية a, b, c, d بحيث: $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+1}$.

(5) يبين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته: $y = x + 1$.

(6) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

(7) أرسم كل من (Δ) و المنحنى (C_f) .

(8) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $x^3 + (1-m)x^2 - 1 - m = 0$.

(9) نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = f(-x)$.

أ. يبين كيف يمكن استنتاج (C_g) انطلاقا من منحنى (C_f) .

ب. أرسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم السابق.

مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة

وفقكم الله
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|2\vec{CI}\| \quad (I)$$

$$4Mk = 2CI \Rightarrow Mk = \frac{CI}{2}$$

(8) هي دائرة مركزها K و نصف قطرها $\frac{CI}{2}$

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|M\vec{A} + M\vec{B}\| \quad (II)$$

$$2MA = 2MI$$

I مركز {A, B}

$$MA = MI$$

(9) هي محور القطعة [AI]

تقريرا 2

$$-\frac{117\pi}{5} = -(23\pi + \frac{2\pi}{5}) = -(\pi + \frac{2\pi}{5})$$

$$= -\frac{7\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0, 2\pi)$$

$$\frac{533\pi}{5} = 106\pi + \frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0, 2\pi)$$

نعر بمتلاان نفس القيس

$$A(n) = \cos(3\pi + n) + \sin(11\pi + n) - \cos(\pi - n)$$

$$- \sin(\pi - n)$$

$$A(n) = -\cos n - \sin n + \cos n - \sin n$$

$$= -2 \sin n \quad (0, 4\pi)$$

$$B(n) = \cos(\pi + \frac{\pi}{7} + n) + \sin(\pi + \frac{\pi}{7} + n)$$

$$- \cos(\pi - \frac{\pi}{7} - n) + \sin(-(\frac{\pi}{7} + n))$$

$$\alpha = \frac{\pi}{7} + n$$

$$B(n) = \cos(\pi + \alpha) + \sin(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)$$

$$+ \sin(-\alpha)$$

$$= -\cos \alpha - \sin \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$= 0 \quad (0, 2\pi)$$

$$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I \{A, B\}$$

وسط I مرجع {A, B}

$$\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0} \Rightarrow J \{C, D\}$$

وسط J مرجع {C, D}

$$\underbrace{A, B}_{(I, 6)} \quad \underbrace{C, D}_{(J, -4)}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(G, 2)}$$

حسب اخاصية التجميعية G مرجع

$$\{I, 3\}; \{J, -2\}$$

$$\{A, B\}; \{C, D\}; \{I, 3\}; \{J, -2\}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(K, 4)} \quad (0, 2\pi)$$

$$(G, 2)$$

حسب اخاصية التجميعية G مرجع

$$\{K, 4\}; \{J, -2\}$$

$$G \in (IJ) \Rightarrow \{I, 3\}, \{J, -2\}$$

$$G \in (KD) \Rightarrow \{K, 4\}, \{D, -2\}$$

وسط المستقيان (KD) و (IJ) متقاطعا في النقطة G.

$$1 - 2 + 1 = 0 \quad (3)$$

الجملة {A, B}, {C, D}, {I, 3}, {J, -2} لا تقبل مرجع

$$\vec{V} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC} = \vec{0} \quad (9, 5)$$

$$= \vec{IA} + \vec{IB} - 2\vec{IC} = 2\vec{CI}$$

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = \|2\vec{CI}\| \quad (I)$$

$$4Mk = 2CI \Rightarrow Mk = \frac{CI}{2}$$

(8) هي دائرة مركزها K و نصف قطرها $\frac{CI}{2}$

$$\|3\vec{MA} + 3\vec{MB} - 2\vec{MC} - 2\vec{MD}\| = \|3\vec{MA} + \vec{MB}\|$$

$$2MA = 2MI$$

(A, 1), (B, 1) مرجع I

$$MA = MI$$

(5) هي محور القطعة [GI]

تقرير 2

$$-\frac{117\pi}{5} = -(23\pi + \frac{2\pi}{5}) = -(\pi + \frac{2\pi}{5})$$

$$= -\frac{7\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0, 2\pi)$$

$$\frac{533\pi}{5} = 106\pi + \frac{3\pi}{5} = \frac{3\pi}{5} \quad (0, 2\pi)$$

$$A(n) = \cos(3\pi + n) + \sin(11\pi + n) - \cos(\pi - n)$$

$$- \sin(\pi - n)$$

$$A(n) = -\cos n - \sin n + \cos n - \sin n$$

$$= -2 \sin n \quad (0, 4\pi)$$

$$B(n) = \cos(\pi + \frac{\pi}{7} + n) + \sin(\pi + \frac{\pi}{7} + n)$$

$$- \cos(\pi - \frac{\pi}{7} - n) + \sin(-(\frac{\pi}{7} + n))$$

$$\alpha = \frac{\pi}{7} + n$$

$$B(n) = \cos(\pi + \alpha) + \sin(\pi + \alpha) - \cos(\pi - \alpha)$$

$$+ \sin(-\alpha)$$

$$= -\cos \alpha - \sin \alpha + \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$= 0 \quad (0, 2\pi)$$

$$\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0} \Rightarrow I \{A, 1\}, \{B, 1\}$$

$$\{A, 3\}, \{B, 3\}$$

$$\vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0} \Rightarrow I \{C, 1\}, \{D, 1\}$$

$$\{C, -2\}, \{D, -2\}$$

$$\underbrace{A, 3 \quad B, 3}_{(I, 6)} \quad \underbrace{C, -2 \quad D, -2}_{(J, -4)}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(G, 2)}$$

حسب الخاصية التجميعية G مرجع

$$\{I, 3\}, \{J, -2\}$$

$$\{A, 3\}, \{B, 3\}, \{C, -2\}, \{D, -2\}$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{(K, 4)}$$

$$(G, 2)$$

حسب الخاصية التجميعية G مرجع

$$\{K, 4\}, \{D, -2\}$$

$$G \in (IJ) \Rightarrow \{I, 3\}, \{J, -2\}$$

$$G \in (KD) \Rightarrow \{K, 4\}, \{D, -2\}$$

وسمى المستقيمان (KD) و (IJ) مستقيمان يمران في النقطة G.

$$1 - 2 + 1 = 0 \quad (3) \quad \text{لذا: } (0, 2\pi)$$

الجملة $\{A, 1\}, \{B, -4\}, \{C, 1\}$ لا تقبل مرجع

$$\vec{V} = \vec{MA} + \vec{MB} - 2\vec{MC} = \vec{0} \quad (9, 5)$$

$$= \vec{IA} + \vec{IB} - 2\vec{IC} = 2\vec{CI}$$

$$g(n) = (n+1)(n^2 - n + 4) \quad (0.5) \quad g(-1) = 0$$

$$n^2 - n + 4 = 0 \rightarrow \Delta < 0 \quad (0.25) \quad (0.25)$$

n	$-\infty$	-1	$+\infty$
g(n)		-	+

$$f(n) = \frac{n^3 + n^2 - 1}{n^2 + 1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \pm \infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} \frac{n^3}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} n = \pm \infty \quad (0.5 \times 2)$$

$$f'(n) = \frac{n g(n)}{(n^2 + 1)^2} = \frac{n(n+1)(n^2 - n + 4)}{(n^2 + 1)^2} \quad (0.75) \quad (2)$$

من أجل $n \in]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$

من أجل $n \in]-1, 0[$

n	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
f'(n)	+	0	-	+
f(n)	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	-1	$+\infty$

$$a=1 \quad b=1 \quad c=-1 \quad d=-2 \quad (4)$$

$$f(n) = n + 1 + \frac{-n - 2}{n^2 + 1} \quad (1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \pm \infty} [f(n) - (n+1)] = \lim_{n \rightarrow \pm \infty} \frac{-n}{n^2} = 0 \quad (0.25) \quad (5)$$

من أجل $n \in]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$

n	$-\infty$	-2	$+\infty$
f(n) - y	+	0	-
الوضع	فوق (Δ)	تقاطع (Δ)	تحت (Δ)

$$n^3 + (1-m)n^2 - 1 - m = 0 \quad (8)$$

$$n^3 + n^2 - 1 = mn^2 + m = m(n^2 + 1) \Rightarrow m = \frac{n^3 + n^2 - 1}{n^2 + 1} \quad (0.25)$$

$$2 \cos(4n) = 1 \quad (E_1)$$

$$\cos(4n) = \frac{1}{2} \quad (\Rightarrow) \quad \cos(4n) = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{cases} 4n = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 4n = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{4} \\ n = -\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{4} \end{cases} \quad (0.5)$$

$$n = -\frac{\pi}{12} \quad , \quad n = \frac{\pi}{12} \quad k=0 \quad (0.5)$$

$$n = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} \quad , \quad n = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} \quad k=1 \quad (0.5)$$

$$n = \frac{7\pi}{12}$$

$$n = \frac{\pi}{12} + \pi \quad , \quad n = \frac{13\pi}{12} \quad k=2 \quad (0.5)$$

$$n = \frac{19\pi}{12}$$

$$n = \frac{\pi}{12} + \frac{3\pi}{2} \quad , \quad n = \frac{19\pi}{12} \quad k=3 \quad (0.5)$$

$$n = \frac{25\pi}{12}$$

$$\cos(4n) = \cos(2(2n))$$

$$\cos(4n) = \cos(2\alpha) \quad \alpha = 2n \quad \text{فقط}$$

$$\cos 2\alpha = 2(\cos \alpha)^2 - 1$$

$$= 2[\cos 2n]^2 - 1 \quad (0.5)$$

$$= 2[2(\cos n)^2 - 1]^2 - 1$$

$$= 2[4\cos^4 n - 4\cos^2 n + 1] - 1$$

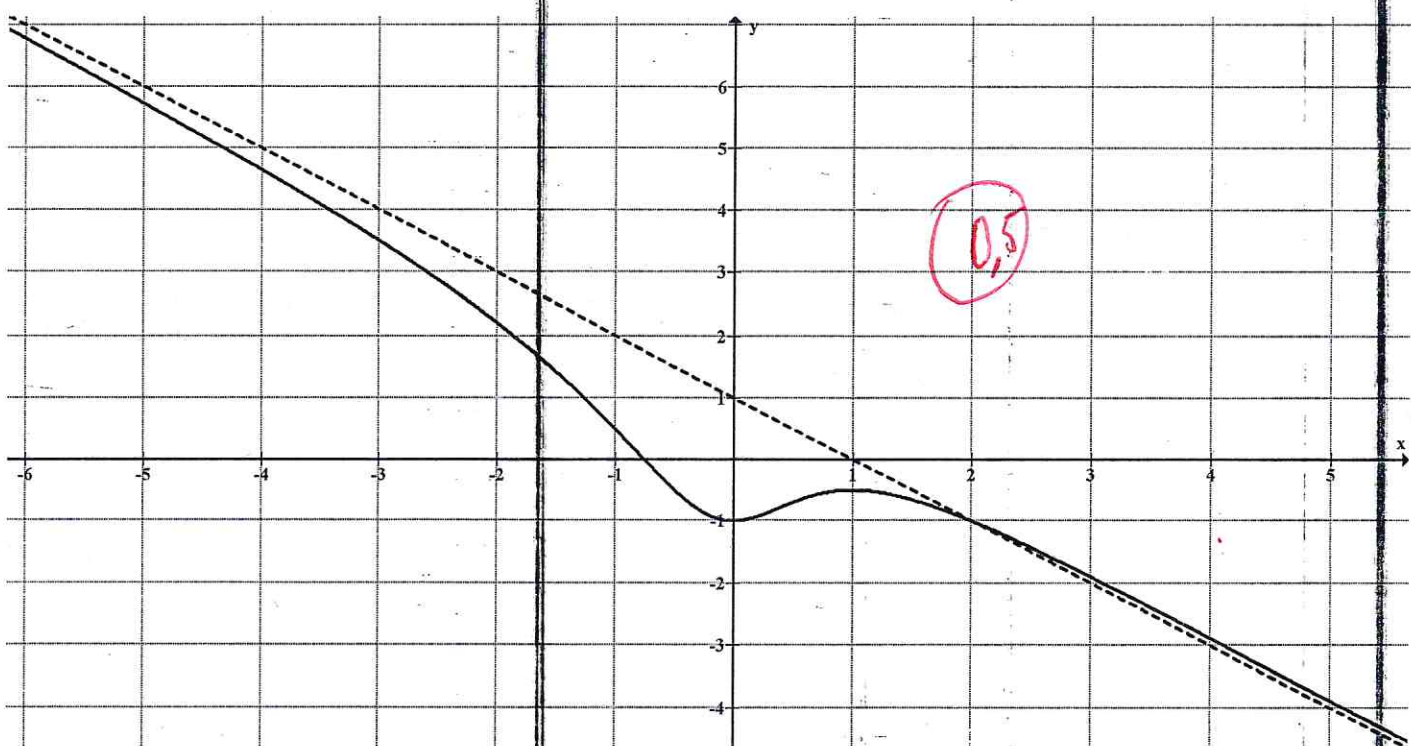
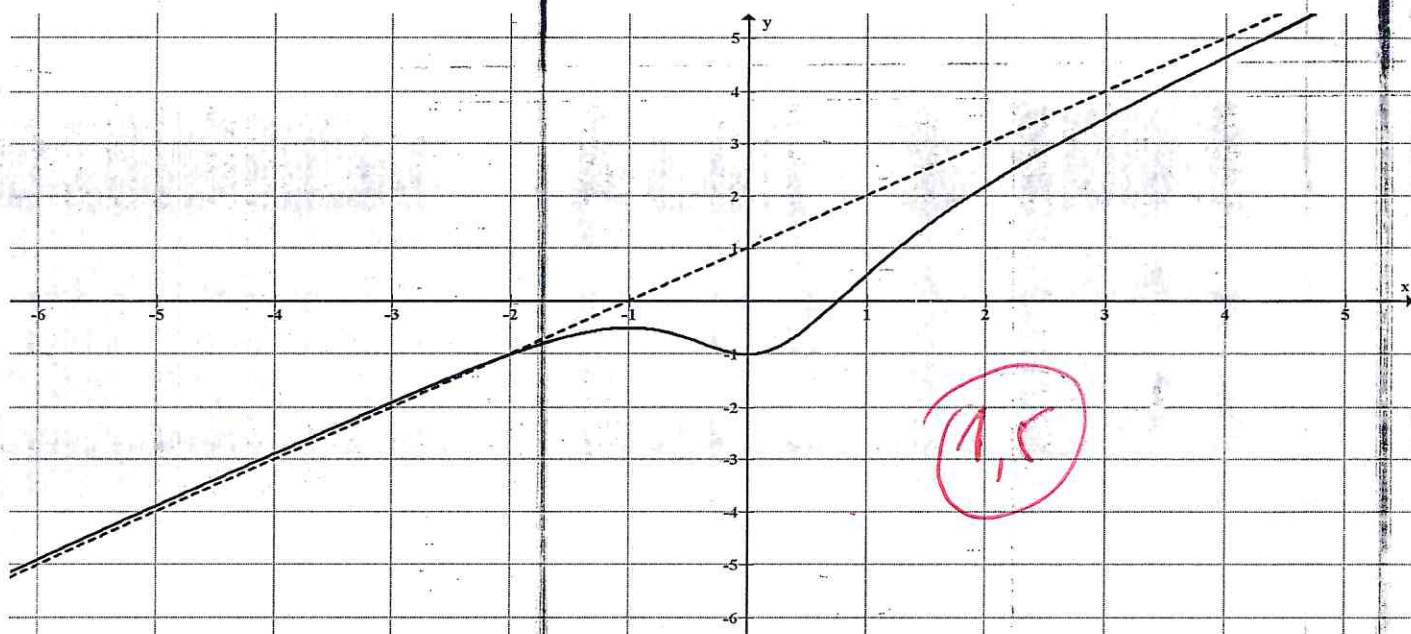
$$= 8\cos^4 n - 8\cos^2 n + 1$$

$$2 \cos 4n - 1 = 0 \quad (E_1) \quad \text{المعادلة}$$

$$2(8\cos^4 n - 8\cos^2 n + 1) - 1 = 0$$

$$16\cos^4 n - 16\cos^2 n + 1 = 0 \quad (E_2)$$

الحلول



$(0, 2]$ يوجد حل واحد $m \in]-\infty, -1[\cup]-\frac{1}{2}, +\infty[$

$(0, 2]$ يوجد حلين $m = -1, m = -\frac{1}{2}$

$(0, 2]$ يوجد 3 حلول $m \in]-1, -\frac{1}{2}[$

$(0, 2]$ هو نقيض (g) بالنسبة لمحور التناقص.