

على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول :

التمرين الأول(04ن):

يمثل الجدول التالي عدد المشتركين في مجلة تعليمية خلال 6 سنوات (العدد بالالاف) :

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد المشتركين بالالاف y_i	20	30	43	63	92	135

1. مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ (1cm لكل سنة و 1cm لكل 10 الاف مشترك)
2. هل يمكن القيام بتسوية خطية ؟ برر اجابتك
3. لنضع : $z_i = \ln y_i$ أكمل الجدول التالي (تعطى النتائج مدورة إلى 10^{-2}):

الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i = \ln y_i$						

- أ- أنشئ سحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$
- ب- أوجد النقطة $G(\bar{x}, \bar{z})$ ثم علّمها .
- ت- بين أنّ معادلة مستقيم الانحدار معادلته : $z = 0.38x + b$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه .
- ث- أثبت أنّ عدد المشتركين y يمثل بعلاقة من الشكل $y = ke^{0.38x}$ (يعطى k مدور الى الوحدة)
- ج- بفرض أنّ عدد المشتركين يتزايد بنفس الوتيرة ، ماهي السنة التي يبلغ فيها عدد المشتركين مليون مشترك .

التمرين الثاني (04):

نعتبر المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ و $u_0 = 2$.

1. برهن بالتراجع أنّه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنّها متقاربة .
3. لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n = u_n - 1$.
أ- بين أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .
ج- أحسب نهاية المتتالية (u_n) .
4. احسب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث : (04ن)

اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مبررا اختيارك :

1. A و B حادثتان مستقلتان . إذا كان : $P(A \cap B) = 0.0125$ و $P(B) = 0.05$ فإن :
 أ- $P(A) = 0.0006$ ب- $P(A) = 0.25$ ج- $P(A) = 0.93$
2. A و B حادثتان . إذا كان : $P_A(B) = \frac{3}{5}$ و $P(A) = \frac{2}{5}$ فإن :
 أ- $P(A \cap B) = \frac{6}{25}$ ب- $P(A \cap B) = \frac{3}{25}$ ج- $P(A \cap B) = \frac{2}{25}$
3. A و B حادثتان . إذا كان : $P(A) = 0.2$ و $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0.6$ فإن :
 أ- $P(B) = 0.1$ ب- $P(B) = 0.3$ ج- $P(B) = 0.6$
4. الجدول التالي يعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية :

x_i	1	2	α	4
$P(X = x_i)$	0.2	0.4	β	0.3

- قيمتا α و β حتى يكون الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X يساوي 2.5 هما :
- أ- $\alpha = 3 ; \beta = 0.01$ ب- $\alpha = 3 ; \beta = 0.1$ ج- $\alpha = 1 ; \beta = 0.2$

التمرين الرابع (08ن):

- I. لتكن g دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ بجدول تغيراتها و بالعارة : $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2 \ln x$.
 1. أدرس اتجاه اغير الدالة g على المجال $]0, +\infty[$.
 2. أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ من اجل كل x من $]0, +\infty[$
- II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بمائلي : $f(x) = 3 - 3x + 2(x + 1) \ln x$.
 وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)
 1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .
 2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 3. بيّن أنّ الدالة المشتقة للدالة f هي : $f'(x) = g(x)$.
 4. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 5. بيّن أنّ النقطة $I(1; 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) ثم اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) عند I .
 6. أنشئ في نفس المعلم المنحنى (C) و و المماس .
- III. 1. بيّن أنّ الدالة : $H(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + x\right) \ln x - \frac{1}{4}x^2 - x$ هي دالة أصلية للدالة : $x \rightarrow (x + 1) \ln x$.
 2. أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) و المستقيمين $x=1$ و $x=2$ ومحور الفواصل .

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04ن)

يمثل الجدول التالي عدد السيارات (بالآلاف) لأحد وكالات استيراد السيارات بين سنتي 2002 و 2009.

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد السيارات y_i (بالآلاف)	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1. مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i (x_i ; y_i)$ في معلم متعامد.
(على محور الفواصل 2 cm تمثل سنة واحدة ، على محور الترتيب 1 cm يمثل ألف سيارة)
 2. عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها.
 3. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل: $y = 0,38 x + 4$
 4. باستعمال التمثيل الخطي السابق عين عدد السيارات التي تستورد سنة 2020 .
- ### التمرين الثاني : (04 ن)

- I. في سنة 1999 أنتج مصنع أحذية 20000 زوج من الأحذية من نوع A. ثم بدأ في تخفيض إنتاجه بـ 2500 زوج كل سنة حتى أصبح إنتاج النوع A منعما.
- نسمي u_0 كمية الإنتاج في سنة 1999 و u_n كمية الإنتاج في سنة $1999+n$
1. بيّن أنّ $u_1 = 17500$ ثم أحسب u_2
 2. بيّن أنّ (u_n) متتالية حسابية و عيّّن أساسها ثم عبّر عن u_n بدلالة n .
 3. في أي سنة انعدم إنتاج النوع A .
 4. أحسب عدد أزواج الأحذية من النوع A التي أنتجت من سنة 1999 إلى سنة 2007.
- II. في سنة 1999 بدأ نفس المصنع في صناعة نوع جديد من الأحذية نرّمز له بالرمز B، حيث بلغ إنتاج هذا النوع في هذه السنة 11000 زوج، و كمية الإنتاج لهذا النوع (النوع B) كان يزيد كل سنة بنسبة 8%.
- نسمي v_0 كمية الإنتاج في السنة 1999 و v_n كمية الإنتاج في السنة $1999 + n$.
1. بيّن أنّ $v_1 = 11880$ ، ثم أحسب v_2 (تدوّر النتائج الى الوحدة).
 2. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها ، عبّر عن v_n بدلالة n .
 3. أحسب عدد أزواج الأحذية من النوع B التي أنتجت سنة 2007.
 4. أحسب عدد أزواج الأحذية من النوع B التي أنتجت ابتداء من سنة 1999 إلى غاية 2007.

التمرين الثالث (04ن):

صندوق U_1 يحوي 5 كرات بيضاء و 4 سوداء و صندوق U_2 يحوي 3 كرات بيضاء و 6 سوداء (الكرات متماثلة و لا يمكن التمييز بينهم عند اللمس)

نرمي قطعة نقدية متوازنة مرة واحدة ، إذا ظهر الوجه (F) نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 و إلا نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_2 .

يرمز بـ F الى حادثة "الحصول على وجه" و بـ B بحادثة الحصول على " الكرية المسحوبة بيضاء"

1. أحسب احتمال الحصول على الوجه F.
2. أحسب $P_F(B)$ و استنتج $P_F(\bar{B})$.
3. أحسب $P_{\bar{F}}(B)$ و استنتج $P_{\bar{F}}(\bar{B})$.
4. شكل شجرة الاحتمالات المناسبة لهذه الوضعية .
5. استنتج $P(B)$.

التمرين الرابع : (08ن)

الجزء الاول :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = (2 - 5x)e^{-x} + 2$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 2cm)

1. أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
2. أحسب الدالة المشتقة للدالة f ، ثم استنتج اتجاه تغيرها .
3. شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أكتب معادلة للمماس (Δ) عند النقطة التي فاصلتها 0.
5. مثل المنحنى (C_f) على المجال $[0; 6]$.

الجزء الثاني :

مؤسسة صناعية تنتج يوميا كمية q مقدرة بالطن من منتج بكلفة هامشية C_m (مقدرة بملايين الدنانير)

معرفة على المجال $[0; 6]$ بـ : $C_m(q) = (2 - 5q)e^{-q} + 2$.

1. عيّن الكمية التي تنتج يوميا بأقل كلفة هامشية ثم حدد هذه الكلفة الهامشية .
2. نرمز بالرمز $C_T(q)$ للكلفة الاجمالية للانتاج و نذكر أنّ : $C'_T(q) = C_m(q)$
أ- تحقق أنّ : $C_T(q) = (5q + 3)e^{-q} + 2q + k$ ثم عيّن k إذا علمت أنّ : $C_T(0) = 2$.
ب- ماهي الكلفة الاجمالية لانتاج 2 طن يوميا ؟
3. أ- عيّن عبارة دالة الكلفة المتوسطة على المجال $[0; 6]$.
ب- احسب الكلفة المتوسطة لانتاج 2 طن يوميا .

انتهى الموضوع الثاني