

سلسلة في تمارين المتتاليات التي وردت في امتحانات
الباكالوريا من 2008 إلى 2021
للشعب العلمية

من إعداد: أ. عامر جمال

amercena2022@gmail.com



فهرس

شعبة علوم تجريبية صفحة 4

شعبة رياضيات صفحة 18

شعبة تقني رياضي صفحة 23

تمرين 1

- (1) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [1, 2]$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{x+2}{-x+4}$
- أ- بين أن الدالة f متزايدة تماما على I .
 - ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .
- (2) (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يأتي:

$$u_0 = \frac{3}{2} \quad \text{و} \quad u_{n+1} = f(u_n)$$

- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، u_n ينتمي إلى I .
- ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

$$(3) \quad \text{أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_n = 1 + \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^n + 1}$$

باكالوريا علوم تجريبية 2008 (1)

ب) عين النهاية : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 2 (u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :

$$u_0 = \frac{5}{2} \quad \text{و} \quad \text{من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 2$$

- (1) أ- ارسم في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ والمنحنى (d) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$
- ب- باستعمال الرسم السابق، مثل على حامل محور الفواصل و بدون حساب الحدود :
- ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

- (2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n \leq 6$

باكالوريا علوم تجريبية 2008 (2)

ب- تحقق أن (u_n) متزايدة.

ج- هل (u_n) متقاربة؟ برر إجابتك.

- (3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n : v_n = u_n - 6$

أ- اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب- أكتب عبارة u_n بدلالة n ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 3

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ و $u_{n+2} = \frac{4}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n$
 المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = u_{n+1} - u_n$

(1) أحسب v_0 و v_1 .

(2) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

(3) أ) أحسب بدلالة n المجموع $S_n : S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$
 ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n = \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) + 1$
 ج) بين أن (u_n) متقاربة.

تمرين 4 (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_1 و أساسها q حيث:

$$\begin{cases} u_1 + 2u_2 + u_3 = 32 \\ u_1 \times u_2 \times u_3 = 216 \end{cases}$$

1. أ) أحسب u_2 و الأساس q لهذه المتتالية واستنتج الحد الأول u_1 .
 ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 ج) أحسب S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n = 728$

2. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي:

$$v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n + u_n \quad \text{و} \quad v_1 = 2$$

(أ) أحسب v_2 و v_3 .

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $w_n = \frac{v_n}{u_n} - \frac{2}{3}$.
 بين أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$
 ج) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

تمرين 5 (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3u_n + 1$.

(v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$.

في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية اقترحت ثلاث إجابات ، إجابة واحدة فقط منها صحيحة ، حددها مع التعليل.

باكالوريا علوم تجريبية 2011 (1)

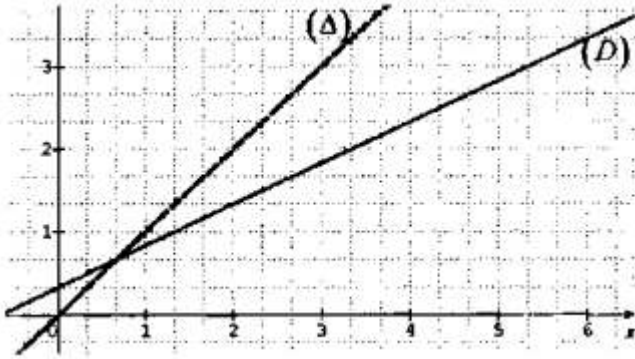
1. المتتالية (v_n) : أ- حسابية. ب- هندسية. ج لا حسابية ولا هندسية.

2. نهاية المتتالية (u_n) هي: أ- $+\infty$ ب- $-\frac{1}{2}$ ج- $-\infty$

3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = -\frac{1}{2} [1 + e^{\ln 3} + e^{2\ln 3} + e^{3\ln 3} + \dots + e^{n\ln 3}]$ ،

أ- $S_n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$ ب- $S_n = \frac{1 - 3^n}{4}$ ج- $S_n = \frac{1 - 3^{n+1}}{4}$

تمرين 6



في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلاً للمستقيمين (Δ) و (D) معادلتيهما على الترتيب:

$$y = x \text{ و } y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$$

(1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد

الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{3}$ ،

أ- انقل الشكل ثم مثل على محور الفوال الحدود التالية: u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 ; دون حسابها مبرراً خطوط الرسم.

ب- عين إحداثي نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) .

ج- أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) أ- باستعمال الاستدلال بالتراجع، اثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \frac{2}{3}$.

باكالوريا علوم تجريبية 2010

ب- استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - \frac{2}{3}$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدّها الأول.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ، واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج- اسحب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ واستنتج المجموع S'_n حيث:

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

تمرين 7

α عدد حقيقي موجب تماماً ويختلف عن 1 .

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \alpha u_n + 1$ ،

(v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + \frac{1}{\alpha - 1}$ ،

1. أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها α .

- ب- اكتب بدلالة n و α ، عبارة v_n ثم استنتج بدلالة n و α ، عبارة u_n .
ج- عيّن قيم العدد الحقيقي α التي تكون من أجلها المتتالية (u_n) متقاربة.

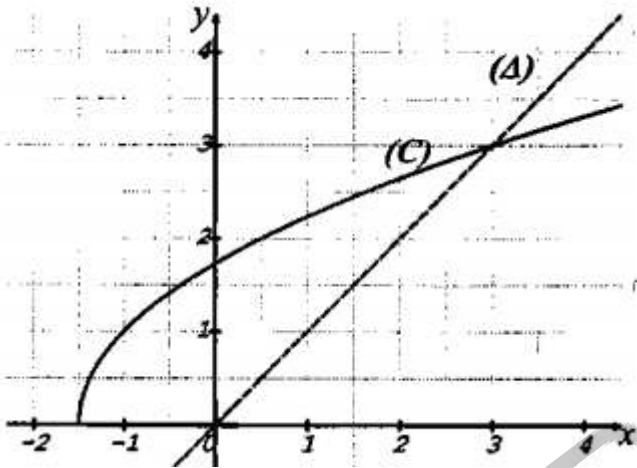
باكالوريا علوم تجريبية 2011 (2)

2. نضع $\alpha = \frac{3}{2}$.

- احسب بدلالة n ، المجموعين S_n و T_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

تمرين 8

- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$.
(1) لتكن h الدالة المعرفة على المجال $[-\frac{3}{2}; +\infty[$ كمايلي:
 $h(x) = \sqrt{2x + 3}$ ، و (C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو معادلة $y = x$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس. (انظر الشكل المقابل).
أ- أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 . (دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء).
ب- ضع تخميناً حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها.



- 2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 3$.

باكالوريا علوم تجريبية 2012 (1)

- 3) أ- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

- ب- استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

تمرين 9

- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = \frac{13}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3 + \sqrt{u_n - 3}$.

- 1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $3 < u_n < 4$.

- 2) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 7u_n - 12}{\sqrt{u_n - 3} + u_n - 3}$. استنتج أنّ (u_n) متزايدة تماماً.

باكالوريا علوم تجريبية 2012 (2)

- 3) برّر لماذا (u_n) متقاربة.

- 4) (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = \ln(u_n - 3)$.

- أ) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم احسب حدّها الأول.

- ب) اكتب كلاً من u_n و v_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

- (ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$:
 • اكتب P_n بدلالة n ، ثم بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n = \frac{1}{16}$

تمرين 10

I (المتتالية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{5^{n+1}}{6^n}$

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدّها الأول.

(2) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

II المتتالية (u_n) معرفة بـ : u_0 ، و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{5u_n + 6}$

(1) برهن بالتراجع أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 \leq u_n \leq 6$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

باكالوريا علوم تجريبية 2013 (1)

(3) أ) برهن أنّه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $6 - u_{n+1} \leq \frac{5}{6}(6 - u_n)$ ،

ب) بين أنّه، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq 6 - u_n \leq v_n$. استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 11

في الشكل المقابل ، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; 1]$ بالعلاقة $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ ، و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

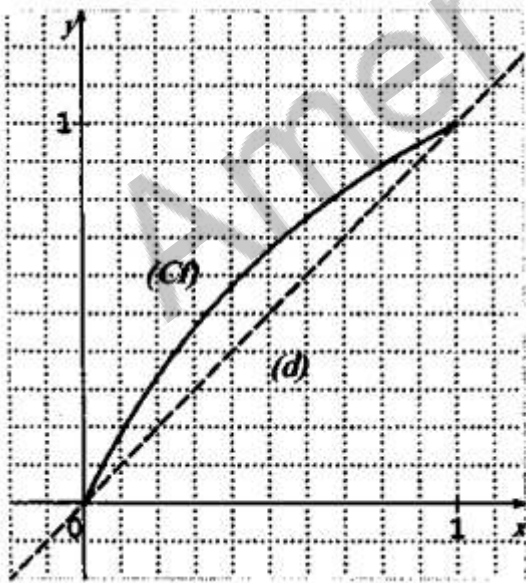
(1) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول ،

$u_0 = \frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ،

• $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) أعد رسم هذا الشكل في ورقة الإجابة، ثمّ مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها، مبرزاً خطوط التمثيل.

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية u_n و تقاربها.



باكالوريا علوم تجريبية 2013 (2)

(2) أ) أثبت أن الدالة f متزايدة تماماً على $[0; 1]$.

ب) برهن بالتراجع أنّه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 1$ ،

ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

- 3 ((v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$.
 أ) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب حساب حدّها الأول v_0 .
 ب) احسب نهاية (u_n) .

تمرين 12

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{4}{3}$ ،
 و (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n + 4$.

(1) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

(2) اكتب كلا من u_n و v_n بدلالة n .

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$.

(4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

- (5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = 5 \left(\frac{1}{v_n + 5} - 1 \right)$.
 أ) بين أنّ المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.
 ب) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - w_n)$.

تمرين 13

- I (نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها العام: $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$.
 (e هو أساس اللوغاريتم النيبيري) .

(1) بين أنّ (u_n) متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأول.

(2) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج؟

(3) احسب بدلالة n المجموع حيث: S_n .

II (نضع، من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \ln(u_n)$) $\ln$ يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري).

(1) عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية (v_n) .

(2) أ) احسب بدلالة n العدد: P_n حيث: $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n)$.

ب) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P_n + 4n > 0$.

تمرين 14

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = e^2 - 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = (1 + u_n)e^{-2} - 1$

(1) احسب u_1 ، u_2 و u_3

(2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 + u_n > 0$

(3) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة. هل هي متقاربة ؟ علّل.

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3(1 + u_n)$

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب u_n و v_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

باكالوريا علوم تجريبية 2015 (1)

ج) بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $\ln v_0 + \ln v_1 + \dots + \ln v_n = (n+1)(-n+2 + \ln 3)$

تمرين 15 المستوى منسوب إلى المعلم المتعاقد والمتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$)

I (f) الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{4x+1}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

(1) عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$

(2) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) ذي المعادلة $y = x$

(3) مثل (C_f) و (D) على المجال $[0; 6]$

II (نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} v_0 = 5 \\ v_{n+1} = f(v_n) \end{cases}$ و $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$)

(1) أ) أنشئ على حامل محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 ، v_0 ، v_1 ، v_2 و v_3 دون حسابها.

ب) نحن اتجاه تغير و تقارب كل من المتتاليتين u_n و v_n

(2) أ) أثبت أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $2 \leq u_n < \alpha$ و $\alpha < v_n \leq 5$ حيث : $\alpha = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}$

ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n)

(3) أ) أثبت أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} - u_{n+1} \leq \frac{1}{3}(v_n - u_n)$

ب) بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 < v_n - u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

ج) استنتج أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n - u_n) = 0$ ، ثم حدد نهاية كل من (u_n) و (v_n)

باكالوريا علوم تجريبية 2015 (2)

تمرين 16

- I (f) الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \sqrt{2x+8}$.
 (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) عين إحداثي نقطة تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم (Δ) الذي $y = x$ معادلة له.

علوم تجريبية (المسرب 1)

(3) ارسم (C) و (Δ) .

- II ((u_n)) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) مثل في الشكل السابق على محور الفواصل ، الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (بدون حسابها) موضحاً خطوط الإنشاء.

(2) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n < 4$.

ب - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $4 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4 - u_n)$.

ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4 - u_n \leq \frac{1}{2^n}(4 - u_0)$.

د - استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

تمرين 17

- I (f) الدالة العددية المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{5x}{x+1}$.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; +\infty[$: $f(x) \geq 0$.

- II ((u_n)) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0 = 1$

و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{5u_n}{u_n + 2}$.

- (1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 \leq u_n \leq 3$.
 ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

- (2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 1 - \frac{3}{u_n}$.
 أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ ، يطلب حساب حدّها الأول v_0 .
 ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

علوم تجريبية (المسرب 2)

ج) احسب نهاية المتتالية (u_n) .

- (3) اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_n}$.

تمرين 18 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I = [0; 4]$ كما يلي: $f(x) = \frac{13x}{9x + 13}$

- 1- أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال I .
 ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال I ، $f(x)$ ينتمي إلى I .
 2- لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الاول $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ ، من أجل كل عدد طبيعي n .

- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 4$.
 ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

- 3- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \neq 0$.

- 4- لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = 2 + \frac{13}{u_n}$.

- أ) برهن أن المتتالية (v_n) حساية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول v_0 .

علوم تجريبية - الدورة الاستراكية 2016 (1)

ب) اكتب v_n بدلالة n .

- ج) استنتج أن: $u_n = \frac{52}{36n + 13}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

تمرين 19 (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بمجموعة الأعداد الطبيعية بحدّها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل

عدد طبيعي n ب: $u_{n+1} = \frac{2u_n + 2}{u_n + 3}$

- ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

- 1- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول v_0 .

- 2- أ) عبّر بدلالة n عن عبارة الحد العام v_n .

- ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n . ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

3- أ) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$. علوم تجريبية - الدورة الاستراكية 2016 (2)

ب) تحقق أن: $\frac{1}{u_n + 2} = \frac{1}{3}(1 - v_n)$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n .

ج) استنتج بدلالة n المجموع: $S'_n = \frac{1}{u_0 + 2} + \frac{1}{u_1 + 2} + \dots + \frac{1}{u_n + 2}$

تمرين 20 (u_n) و (v_n) متالتان معرفتان على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$u_0 = \frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 3 - \frac{10}{u_n + 4}$ و $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$

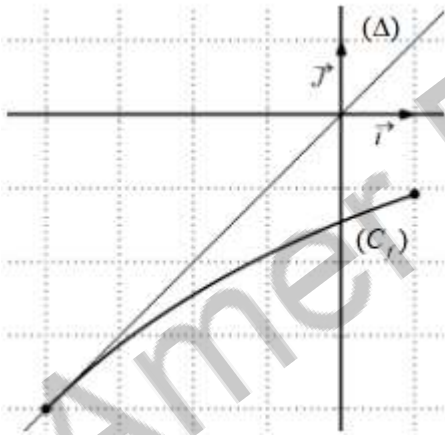
1 أ) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 1$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة. باكالوريا علوم تجريبية 2017 (1)

2 أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{5}{2}$ ثم عبّر عن حدّها العام v_n بدلالة n .

ب) أثبت أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 1 - \frac{3}{v_n + 1}$ ثم استنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 21



لمستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

$$f(x) = \frac{3x - 16}{x + 11}$$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

I تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-4; 1]$ ثم بين أن:

من أجل كل $x \in [-4; 1]$ فإن $f(x) \in [-4; 1]$

باكالوريا علوم تجريبية 2017 (2)

II (u_n) متتالية معرفة بحدّها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

1 انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3

(لايطلب حساب الحدود) ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $-4 < u_n \leq 0$

3 لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n \times u_n = 1 - 4v_n$

أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية أساسها $\frac{1}{7}$ ، ثم احسب المجموع S حيث

$$S = v_0 \times u_0 + v_1 \times u_1 + \dots + v_{2016} \times u_{2016}$$

تمرين 22 نعتبر المتالتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} v_0 = 6 \\ v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n + 1 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 1 \end{cases}$$

(1) احسب الحدّين: u_1 و v_1 .

(2) أ) اكتب $u_{n+2} - u_{n+1}$ بدلالة $u_{n+1} - u_n$.

ب) باستعمال البرهان بالتراجع أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة.

(3) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n = u_n - v_n$.

برهن أنّ المتتالية (w_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأوّل w_0 ثم عبّر عن w_n بدلالة n .

(4) بين أنّ المتالتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

تمرين 23 نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{3x+1}{x+3}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ والمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$.

α عدد حقيقي موجب، (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الاول u_0 حيث $u_0 = \alpha$

و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$

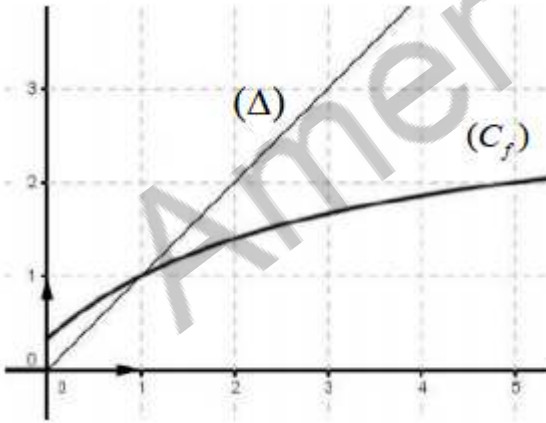
I (عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة.

II (نضع في كل ما يلي $\alpha = 5$

(1) أ) انقل الشكل المقابل ثمّ مثل على حامل محور الفواصل

الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 (دون حساب الحدود)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيير المتتالية (u_n) وتقاربها.



الدورة الاستثنائية 2017 (2)

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدّها الأوّل.

ب) عبّر بدلالة n عن u_n و v_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_n + v_{n+1} + \dots + v_{n+2016}$

ثم استنتج بدلالة n المجموع S'_n حيث: $S'_n = \frac{1}{u_n + 1} + \frac{1}{u_{n+1} + 1} + \frac{1}{u_{n+2} + 1} + \dots + \frac{1}{u_{n+2016} + 1}$

تمرين 24 (u_n) متتالية عددية معرفة بجدها الأول $u_0 = 1$ حيث $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 - \frac{9}{u_n + 5}$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$
 ب) بين أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ واستنتج أنها متقاربة.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n + 2}$ باكالوريا علوم تجريبية 2018 (1)
 - أثبت أن المتتالية (v_n) حساية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

(3) عبر بدلالة n عن u_n و v_n ، واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n = \frac{1}{3} (1 - n^2)$

تمرين 25 (u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $u_0 = 0$
 ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n + \ln\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)$

(1) احسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 . باكالوريا علوم تجريبية 2018 (2)

(2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{2n+3}{2n+1} > 1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(3) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب : $v_n = 2n + 1$.

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $e^{u_n} = v_n$.

ب) استنتج عبارة الحد العام للمتتالية (u_n) بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) احسب المجموعين S_n و T حيث :

$$T = e^{u_{1439}} + e^{u_{1440}} + \dots + e^{u_{2018}} \quad \text{و} \quad S_n = \ln\left(\frac{v_1}{v_0}\right) + \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) + \dots + \ln\left(\frac{v_n}{v_{n-1}}\right)$$

تمرين 26

(u_n) المتتالية العددية المعرفة ب : $u_0 = 13$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$

(1) أ) برهن التراجع أنه : من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 1$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة. باكالوريا علوم تجريبية 2019 (1)

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $v_n = \ln(u_n - 1)$.

أثبت أن المتتالية (v_n) حساية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(3) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 1 + \frac{12}{5^n}$ واحسب عندئذ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $(u_0 - 1)(u_1 - 1) \times \dots \times (u_n - 1) = \left(\frac{12}{5^{\frac{n}{2}}}\right)^{n+1}$

تمرين 27 f الدالة المعرفة على المجال $[4; 7[$ ب: $f(x) = \sqrt{x+2} + 4$

(1) أ) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[4; 7[$.
ب) استنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[4; 7[$ فإن $f(x) \in [4; 7[$

(2) برهن أنه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[4; 7[$ فإن $f(x) - x = \frac{-x^2 + 9x - 14}{x - 4 + \sqrt{x+2}}$
ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[4; 7[$ فإن $f(x) - x > 0$

(3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة ب: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n : $4 \leq u_n < 7$

ب) استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم بين أنها متقاربة. باكالوريا علوم تجريبية 2019 (2)

(4) أ) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n : $7 - u_{n+1} < \frac{1}{4}(7 - u_n)$.
ب) استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 7 - u_n < 3\left(\frac{1}{4}\right)^n$ ، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

تمرين 28 المتتالية العددية (u_n) معرفة ب: $u_0 = \alpha$ (α عدد حقيقي) ،

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - 1$

(1) نفرض أن $\alpha = -4$.

برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = -4$.

(2) نفرض أن $\alpha \neq -4$.

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ ب: $v_n = u_n + 4$.

أ. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$. باكالوريا علوم تجريبية 2020 (1)

ب. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة.

ج. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

احسب S_n بدلالة n و α ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

تمرين 29

المتتالية العددية (u_n) معرفة كإيلي: u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$

- (1) احسب كلا من u_1 و u_2 ثم نَحْن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .
- (2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - n + 1$
 - أ. بين أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 3، يُطلب حساب حدّها الأول.
 - ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 - ج. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .
- (3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - أ. بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{1}{2}(3^{n+1} + n^2 - n - 3)$
 - ب. احسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

تمرين 30 المتتالية العددية (u_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = -4n + 3$

- (1) بين أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها r وحدّها الأول u_0 .
- (2) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - أ. بين أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $S_n = -2n^2 + n + 3$
 - ب. عين قيمة العدد الطبيعي n حيث : $S_n = -30132$

(3) المتتالية العددية (v_n) حدودها موجبة تماما و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n = \ln(v_n)$

باكالوريا علوم تجريبية 2021 (1)

- أ. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .
- ب. بين أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها e^{-4} .
- (4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S'_n = \ln[v_0(1 - \frac{1}{2})] + \ln[v_1(1 - \frac{1}{3})] + \dots + \ln[v_n(1 - \frac{1}{n+2})]$ احسب S'_n بدلالة n .

تمرين 31 المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث : $u_0 = 0$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{8}(u_n + 5)$

(1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n < 3$

باكالوريا علوم تجريبية 2021 (2)

(2) بين أنّ (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

- (3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 3(3 - u_n)$
- أ. احسب v_0 ثم بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$.
- ب. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :
- ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. $u_n = 3 - 3\left(\frac{3}{8}\right)^n$

- (4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (3 - u_0) \times (3 - u_1) \times \dots \times (3 - u_n)$
- احسب P_n بدلالة n .

تمرين 32 نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بالعبارة: $f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$

يرمز (C) إلى منحنى f في المستوى المزدود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(الوحدة على المحورين $2cm$)

- (1) احسب $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ وفسر النتيجة هندسيا.

باكالوريا رياضيات 2008 (1)

- ادرس تغيرات الدالة f .
- باستعمال منحنى دالة "الجذر التربيعي"، أنشئ المنحنى (C) .
- ارسم في نفس المعلم المستقيم (D) الذي معادلته: $y = x$.

- (2) نعرف المتتالية (U_n) على المجموعة $\mathbb{N}$ كالآتي:
- $$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

- أ- باستعمال (D) و (C) مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على محور الفواصل.
- ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

- (3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $2 \leq U_n \leq 5$ و $U_{n+1} > U_n$
- ب- استنتج أن (U_n) متقاربة. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

تمرين 33 المتتالية المعرفة بجدها الأول $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + 1$

- 1- احسب U_1 و U_2 و U_3 .

- 2- (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = U_n + \left(\frac{2}{3}\right)^n$
- برهن بالتراجع أن (V_n) متتالية ثابتة.
- استنتج عبارة U_n بدلالة n .

باكالوريا رياضيات 2008 (2)

- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

- 3- (W_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $W_n = \frac{2}{3}n - \left(\frac{2}{3}\right)^n$
- احسب المجموع S حيث: $S = W_0 + W_1 + W_2 + \dots + W_n$

تمرين 34

- 1 نعرّف الدالة العددية f على المجال $[1; 5]$ بالعلاقة: $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{5}{x} \right)$
- ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
 - الوحدة على المحورين $3cm$.
 - أدرس تغيرات الدالة f .
- ب- أنشئ المنحنى البياني (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ في نفس المعلم.

2 نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $U_0 = 5$ و بالعلاقة: $U_{n+1} = \frac{1}{2} \left(U_n + \frac{5}{U_n} \right)$

باكالوريا رياضيات 2009 (1)

أ- أحسب U_1 ، U_2

ب- استعمل المنحنى (C) والمستقيم (Δ) لتمثيل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 على محور الفواصل.

3 أ- برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n : U_n \geq \sqrt{5}$.

ب- بين أنّ المتتالية (U_n) متناقصة تماما. ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (U_n) ؟

4 أ- برهن أنّه مهما يكن العدد الطبيعي n فإنّ: $(U_{n+1} - \sqrt{5}) \leq \frac{1}{2} (U_n - \sqrt{5})$

ب- استنتج أنّ $(U_n - \sqrt{5}) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n (U_0 - \sqrt{5})$. ماهي $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ ؟

تمرين 35

- (U_n) المتتالية المعرفة بحدّها الأول $U_0 = 0$ و من أجل كلّ عدد طبيعي $n : U_{n+1} = 3U_n + 2n + 1$
- (V_n) المتتالية المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n كمايلي: $V_n = U_n + \alpha n + \beta$ حيث α و β عدنان حقيقيان.

(1) عين α و β بحيث تكون المتتالية (V_n) متتالية هندسية، يطلب حساب أساسها وحدّها الأول.

باكالوريا رياضيات 2009 (2)

(2) احسب كلا من U_n و V_n بدلالة n .

(3) احسب المجموعين S و S' حيث: $S = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$ و $S' = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

(4) أ- عين حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5.

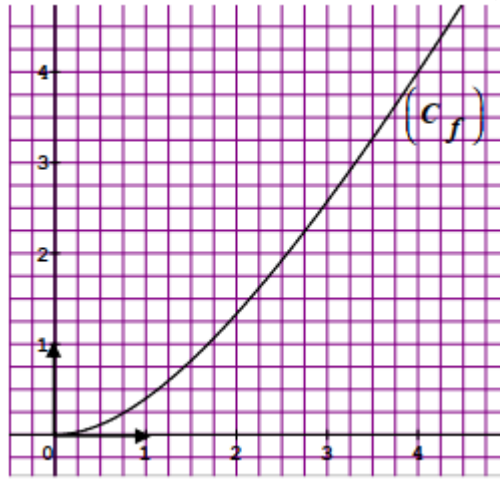
ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها U_n مضاعفا للعدد 5.

تمرين 36 الدالة العددية f معرفة على $[0; +\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{2x^2}{x+4}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل أدناه.

(1) بين أنّ الدالة f متزايدة تماما.

(2) المتتالية العددية المعرفة بـ : $U_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$ (Δ) المستقيم الذي معادلته $y = x$



أ) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثلاً، على حامل محور الفواصل،

الحدود: U_0, U_1, U_2, U_3 و U_4 دون حسابها.

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

(3) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3$

ب) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة.

ج) استنتج أن (U_n) متقاربة.

(4) أ) ادرس إشارة العدد $7U_{n+1} - 6U_n$ واستنتج أنه من أجل

كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_{n+1} \leq \frac{6}{7}U_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3 \left(\frac{6}{7}\right)^n$ (باكالوريا رياضيات 2014)

ج) احسب نهاية المتتالية (U_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

تمرين 37 نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بجدوها الأول $u_0 = 1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = 7u_n + 8$

(1) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $3u_n = 7^{n+1} - 4$

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = 1 + 7 + 7^2 + \dots + 7^n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

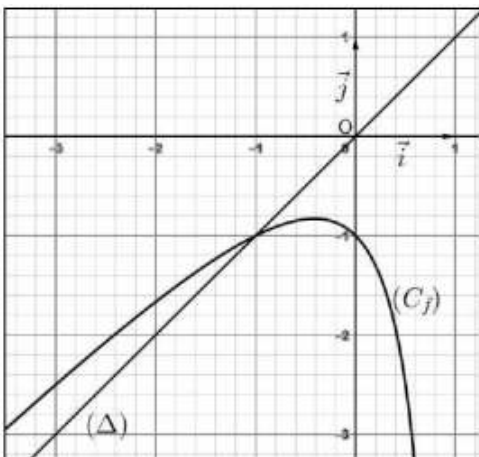
أ) احسب بدلالة n المجموع S_n ثم جد علاقة بين S_n و S'_n

ب) استنتج أن: من أجل كل عدد طبيعي n ، $18 \times S'_n = 7^{n+2} - 24n - 31$

(3) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 7^n على 5

ب) عين قيم n الطبيعية حتى يكون S'_n قابلاً للقسمة على 5

(باكالوريا رياضيات 2017)



تمرين 38

الدالة العددية المعرفة على المجال $] -\infty; 1[$ بـ : $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بجدوها الاول $u_0 = -3$ ومن

أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و (Δ) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(أنظر الشكل المقابل).

(1) أعد رسم الشكل على ورقة الاجابة ثم مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل ، اعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-3 \leq u_n < -1$.

(3) أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} + 1 \geq \frac{3}{4}(u_n + 1)$.

ب. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + 1 \geq -2 \left(\frac{3}{4}\right)^n$.

باكالوريا رياضيات 2018

(4) نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $8 \left[\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1 \right] \leq (u_0 + 1) + (u_1 + 1) + \dots + (u_n + 1) < 0$.

واستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

تمرين 39 الدالة العددية f معرفة على المجال $[1; 4]$ بـ : $f(x) = \frac{4x+4}{9-x}$.

1. أ. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[1; 4]$.

ب. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 4]$ فإن : $f(x) \in [1; 4]$.

2. المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الاول u_0 حيث : $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

• $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n < 4$.

ب. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

باكالوريا رياضيات 2020 (1)

3. المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n - 4}$.

أ. برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الاول v_0 .

ب. عبر عن الحد العام v_n بدلالة n ، ثم استنتج الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4. المجموع S_n معرف بـ : $S_n = v_0 + 8v_1 + 8^2v_2 + \dots + 8^n v_n$. احسب S_n بدلالة n .

تمرين 40 المتالتان (u_n) و (v_n) معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ :

$$\left(\alpha \text{ عدد حقيقي} \right) \begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = 3\alpha v_n + (1 - 3\alpha)u_n \end{cases} \text{ و } \begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = 3\alpha u_n + (1 - 3\alpha)v_n \end{cases}$$

المتتالية (w_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = v_n - u_n$.

(1) أ. احسب w_0 ثم احسب w_1 بدلالة n .

ب. بين أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $(6\alpha - 1)$.

ج. اكتب عبارة w_n بدلالة n و α ، ثم عين قيم α حتى تكون: $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 0$.

نفرض في كل مايلي: $\frac{1}{6} < \alpha < \frac{1}{3}$

باكالوريا رياضيات 2020 (2)

(2) أ. أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما وأن (v_n) متناقصة تماما.

ب. استنتج أن (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية l .

(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + v_n = 2$ ، واستنتج قيمة l .

(4) احسب بدلالة α المجموع S حيث: $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{2020}$.

تمرين 41

المتتالية العددية (u_n) معرفة ب: $u_0 = -\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{11u_n + 4}{-4u_n + 1}$

(1) أ. تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -\frac{11}{4} + \frac{27}{4(-4u_n + 1)}$

ب. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < -1$

ج. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $v_n = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثم احسب حدها الأول.

ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3}{2 + 4 \times 3^n} - 2$

باكالوريا رياضيات 2021

ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) أ. تحقق من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{u_n + 2} - 2 = -v_n$

ب. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln\left(\frac{3}{u_0 + 2} - 2\right) + \ln\left(\frac{3}{u_1 + 2} - 2\right) + \dots + \ln\left(\frac{3}{u_n + 2} - 2\right)$

احسب S_n بدلالة n

تمرين 42 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; 2]$ بالعلاقة $f(x) = \frac{2x + 3}{x + 2}$

1/ أ- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[0; 2]$

ب- أنشئ (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(الوحدة على المحورين 4cm)

ج- برهن أنه إذا كان $x \in [0; 2]$ فإن $f(x) \in [0; 2]$

2/ نعرّف المتتالية العددية (U_n) على $\mathbb{N}$ كالآتي:
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

أ- برر وجود المتتالية (U_n) احسب الحدين U_1 و U_2

ب- مثل الحدود U_0 ، U_1 و U_2 على محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحنى (C) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$.

ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغير (U_n) و تقاربها انطلاقا من التمثيل السابق.

3/ أ- برهن بالتراجع على العدد الطبيعي n أن: $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$.

ب- برهن أنه مهما يكن العدد الطبيعي n فإن: $U_{n+1} > U_n$.

ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب (U_n) ؟

باكالوريا تقني رياضي 2008 (1)

ج- تحقق أن: $U_{n+1} - \sqrt{3} \leq \frac{2 - \sqrt{3}}{U_n + 2} (U_n - \sqrt{3})$ من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم.

عين عددا حقيقيا k من $]0; 1[$ بحيث: $|U_{n+1} - \sqrt{3}| \leq k |U_n - \sqrt{3}|$

بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}^*$: $|U_n - \sqrt{3}| \leq k^n |U_0 - \sqrt{3}|$ استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

تمرين 43

1) f الدالة العددية المعرفة على $]-2; +\infty[$ كما يأتي: $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x + 2}$.

C_f منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(وحدة الأطوال 2cm)

أ- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف.

ب- ادرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 2$ مقارب للمنحنى C_f ثم ارسم C_f و (D) .

د- بين أن صورة المجال $[1; \frac{5}{2}]$ محتواة في المجال $[1; \frac{5}{2}]$

2) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدّها الأول $U_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n

لدينا: $U_{n+1} = f(U_n)$.

أ- باستخدام C_f والمستقيم ذي المعادلة $y = x$ ، مثل U_0 و U_1 و U_2 على حامل محور الفواصل (ox) .

ب- نمنّ اتجاه تغير وتقارب المتتالية U_n .

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $1 \leq U_n \leq \frac{5}{2}$ وأن المتتالية (U_n) متزايدة.

د- استنتج أن (U_n) متقاربة واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

باكالوريا تقني رياضي 2008 (2)

تمرين 44 (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n = \frac{(n+1)^2}{n(n+2)}$

1/ أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $u_n = 1 + \frac{1}{n(n+2)}$ ، ثم استنتج أن: $u_n > 1$

2/ ادرس اتجاه تغير (u_n) ثم بين أنها متقاربة ، احسب نهاية (u_n)

باكالوريا تقني رياضي 2011

3/ ليكن الجداء p_n المعروف كما يلي: $p_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$

أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $p_n = \frac{2n+2}{n+2}$

4/ (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $v_n = \ln u_n$ حيث $\ln$ دالة اللوغاريتم النيبيري

عبر بدلالة p_n عن S_n حيث: $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ثم احسب نهاية S_n لما n ينتهي إلى $+\infty$

تمرين 45 (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

• $u_0 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}}$

• (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{1}{2} \ln u_n + \frac{1}{2}$

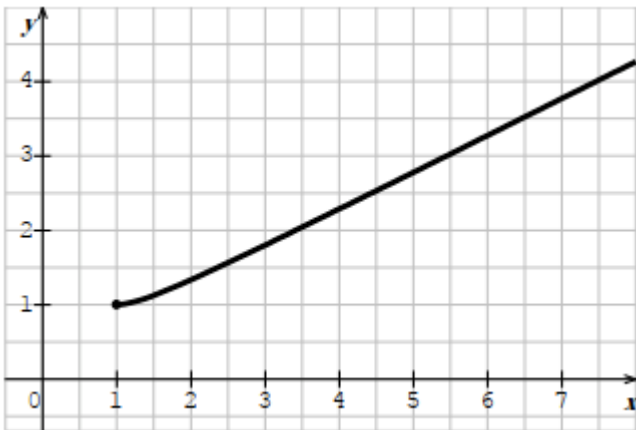
(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثم احسب حدها الأول. **باكالوريا تقني رياضي 2013**

(2) اكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

(3) احسب بدلالة n المجموع S_n ; حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

(4) احسب بدلالة n الجداء P_n ; حيث: $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$

تمرين 46 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ ب: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$



(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، (الشكل المقابل).

(1) بين أن الدالة f متزايدة على المجال $[1; +\infty[$

(2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب:

$u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ،

• $u_{n+1} = f(u_n)$

أ-انقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة

الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل

باكالوريا تقني رياضي 2016

- (دون حسابها موضحاً) خطوط الإنشاء.
- ب- أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.
- ج- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 1 \leq u_n \leq 6$.
- د- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- هـ - برر تقارب المتتالية (u_n) .

3 (نعتبر المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ و $w_n = \ln(v_n)$.

أ- برهن أن (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدّها الأول.

ب- اكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n .

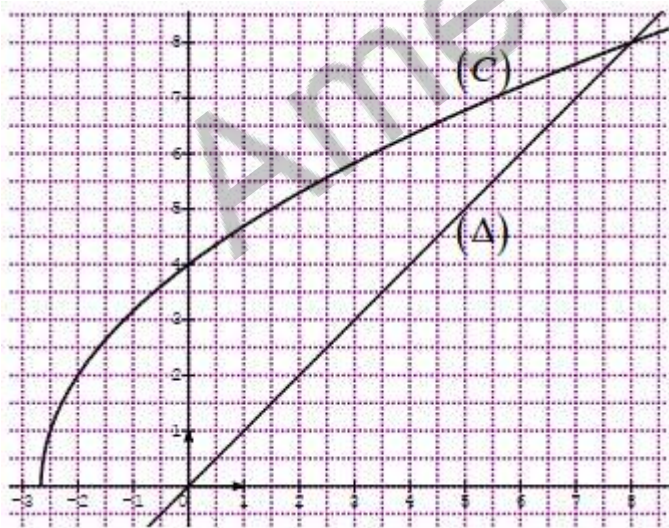
ج- بين أن : $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4 (احسب بدلالة n المجموع التالي : $S_n = \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_1} + \dots + \frac{1}{w_n}$.

تمرين 47 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدّها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \sqrt{6u_n + 16}$$

1 (الدالة المعرفة على المجال $\left[-\frac{8}{3}; +\infty\right[$ بما يلي : $h(x) = \sqrt{6x + 16}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس و (Δ) المستقيم ذو معادلة $y = x$ (أنظر الشكل في الصفحة الموالية).



أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثلّ على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها وموضحاً خطوط الإنشاء).

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير (u_n) و تقاربها.

2 (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 \leq u_n < 8$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(8 - u_n)(u_n + 2)}{\sqrt{6u_n + 16} + u_n}$$

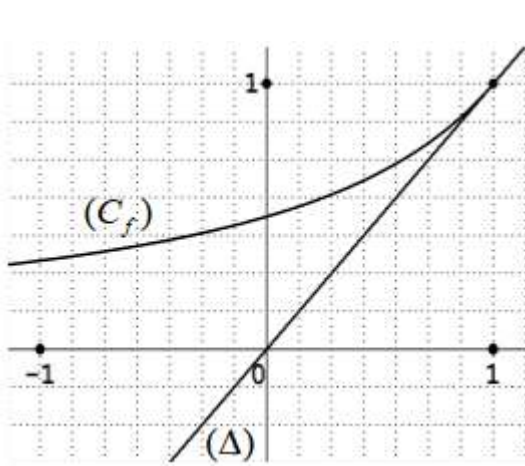
بكالوريا تقني رياضي 2015

ج) استنتج اتجاه تغير (u_n) .

3 (أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 < 8 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - u_n)$

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : 0 < 8 - u_n \leq 8 \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

تمرين 48 نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty; 1]$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2-x}$. (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، وليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.



(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = -1$ حيث $u_{n+1} = f(u_n)$ ، n عدد طبيعي

(1) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزاً خطوط التمثيل، ثم ضع تخميناً حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n < 1$

باكالوريا تقني رياضي 2017

(3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم استنتج أنّها متقاربة.

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = \frac{2}{1-u_n}$ ،

(أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) حساسية أساسها 2 ثم عين عبارة حدّها العام v_n بدلالة n .
(ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 49 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_1 = \frac{1}{a}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم، $u_{n+1} = \frac{n+1}{an} u_n$ حيث a عدد حقيقي أكبر من أو يساوي 2 .

(1) (أ) بين أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n > 0$.

(ب) بين أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماماً ثم استنتج أنّها متقاربة.

الدورة الاستثنائية 2017

(2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $v_n = \frac{1}{an} u_n$ ،

(أ) بين أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{a}$ وعين حدّها الأول v_1 بدلالة a .

(ب) جد بدلالة n و a عبارة الحد العام u_n ثم استنتج عبارة u_n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة n و a المجموع S_n حيث $S_n = u_1 + \frac{1}{2}u_2 + \frac{1}{3}u_3 + \dots + \frac{1}{n}u_n$

ثم عين قيمة a حيث $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{1}{2016}$

تمرين 50 الدالة العددية المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x}{e \cdot x + 1}$ (أساس اللوغاريتم النيبيري)

و (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول $u_0 = \frac{5}{4e}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} = f(u_n)$

- (1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_n > \frac{1}{e}$. (باكالوريا تقني رياضي 2018)
- ب) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} - u_n = \frac{e \cdot u_n (\frac{1}{e} - u_n)}{e \cdot u_n + 1}$. ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و برّر أنّها متقاربة.

- (2) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n = \frac{e \cdot u_n}{e \cdot u_n - 1}$. أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 ، يطلب تعيين حدّها الأول v_0 و عبارة v_n بدلالة n .
- (3) أ) تحقق أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N} : v_n = 1 + \frac{1}{e \cdot u_n - 1}$ واستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
- ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.

- (4) أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7 .
- ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7 .

تمرين 51 لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدّها العام كما يلي: $u_n = 2(3)^n$.

و (v_n) متتالية عددية معرفة بحدّها الأول $v_0 = 4$ و من أجل كل n من $\mathbb{N} : v_{n+1} = 5v_n + u_n$.

- (1) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N} : w_n = \frac{v_n}{u_n} + \frac{1}{2}$.

- اثبت أنّ w_n متتالية هندسية أساسها $\frac{5}{3}$ ، يطلب تعيين حدّها الأوّل. (باكالوريا تقني رياضي 2018)

- (2) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N} : v_n = 5^{n+1} - 3^n$.
- (3) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعددين 5^n و 3^n على 8 .
- (4) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد v_n على 8 .

تمرين 52 المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول $u_0 = \frac{1}{2}$ حيث: $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد

طبيعي $n : u_{n+1} = 3 - \frac{4}{u_n + 2}$.

- (1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n : -1 < u_n < 2$.

$$(2) \text{ أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} - u_n = \frac{(2 - u_n)(1 + u_n)}{u_n + 2}$$

ب. حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

باكالوريا تقني رياضي 2020 (2)

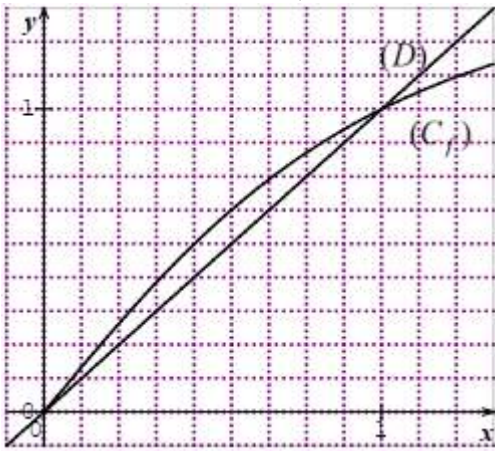
(3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n + \alpha}{u_n + 1}$ ، حيث α عدد حقيقي .

أ. اوجد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ، ثم احسب حدّها الأول v_0 .

ب. بين عندئذٍ أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{2 \times 4^n - 1}{4^n + 1}$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

تمرين 53 الدالة العددية f معرفة و متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{4x^2 + 5}}$. (C_f) تمثيلها

البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = x$.



المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث : $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن

$$u_{n+1} = f(u_n) : n \text{ عدد طبيعي}$$

(1) أ. أعد رسم الشكل المقابل ثم مثّل على حامل محور الفواصل

الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و مبرزا خطوط الإنشاء.

ب. ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{2} \leq u_n < 1$.

ب. بين أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

باكالوريا تقني رياضي 2020 (1)

(3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n^2}{1 - u_n^2}$

برهن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{9}{5}$ يطلب تعيين حدّها الأول v_0 .

(4) أ. اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

ب. احسب نهاية المتتالية (u_n) .

تمرين 54 المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأول u_0 حيث : u_0 ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ،

$$u_{n+1} = \frac{7}{9}u_n + 1$$

(1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n < \frac{9}{2}$.

ب. بين أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{3}u_n - \frac{3}{2}$

أ. بين أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{7}{9}$ ثم احسب حدّها الأول.

ب. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n

باكالوريا تقني رياضي 2021 (1)

ج. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = -\frac{3}{2} \left(\frac{7}{9}\right)^n + \frac{9}{2}$ ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{3}u_0 + \frac{1}{3}u_1 + \dots + \frac{1}{3}u_n$

تمرين 55 المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = 3 + e^{-2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = u_n^2 - 6u_n + 12$

(1) أ. تَحَقِّقْ أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$

ب. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3 < u_n < 4$

(2) أ. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ب. استنتج أن (u_n) متقاربة.

(3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n - 3)$

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يُطلب حساب حدّها الأول.

ب. اكتب بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 3 + e^{-2^{n+1}}$

باكالوريا تقني رياضي 2021 (2)

ج. احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$

احسب بدلالة n

- تَمَّتْ وَالْحَمْدُ لِلَّهِ -