

$$g(x) = 3x \quad f(x) = -4x \quad ①$$

$$g(x) = \frac{x+1}{x-3} \quad f(x) = 2x-2 \quad ②$$

$$g(x) = \sqrt{-x+1} \quad f(x) = \sqrt{2x+1} \quad ③$$

$$g(x) = x^2 \quad f(x) = \frac{1}{x-3} \quad ④$$

$$g(x) = x^2 + 1 \quad f(x) = \sqrt{x-1} \quad ⑤$$

$$g(x) = \frac{x}{x-1} \quad f(x) = \frac{x-1}{x} \quad ⑥$$

$$g(x) = \sin(x+1) \quad f(x) = x+1 \quad ⑦$$

$$g(x) = \frac{3}{x} \quad f(x) = x^2 - 4 \quad ⑧$$

◆ التمرين 05:

f, g, h, k دوال معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{aligned} g(x) &= x^2 & f(x) &= 2x \\ k(x) &= x^2 + 1 & h(x) &= x + 1 \end{aligned}$$

• أثبت ما يلي:

$$g \circ k = gk + k \quad ② \quad k = h \circ g \quad ①$$

$$k \circ h = g + 2h \quad ④ \quad f \circ k = 2k \quad ③$$

$$f + k = g \circ h \quad ⑥ \quad k \circ k = g^2 + 2k \quad ⑤$$

◆ التمرين 06:

فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما في كل حالة مما يلي:

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad ② \quad f(x) = \frac{2}{x+1} \quad ①$$

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \quad ④ \quad f(x) = \cos(x+1) \quad ③$$

$$f(x) = x^2 - 2x \quad ⑥ \quad f(x) = 2\sqrt{x} + 1 \quad ⑤$$

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \quad ⑧ \quad f(x) = \left| \frac{x-1}{2} \right| \quad ⑦$$

$$f(x) = 2 - \frac{3}{x+4} \quad ⑩ \quad f(x) = (x+2)^2 + 1 \quad ⑨$$

◆ التمرين 07:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = ax + b$ حيث a و b عدنان حقيقيان مع $a \neq 0$

① عرّف الدالة f .

② عين الثنائية $(a; b)$ التي من أجلها يكون: $f = f \circ f$.

◆ التمرين 08:

f دالة معرفة على $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x}{x-1}$

• بيّن أنّ: $(f \circ f)(x) = x$ ، ثم استنتج قيمة: $(f \circ f \circ f)(2)$

◆ التمرين 09:

f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

• بيّن أنّ: $(f \circ f \circ f \circ f)(x) = x$

◆ التمرين 01:

عين مجموعة تعريف الدالة f فيما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2} \quad ①$$

$$f(x) = x^2 - |x+1| \quad ②$$

$$f(x) = \frac{x+3}{x^2 - 9} \quad ③$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{|x|}{x^2 - |x|} & ; x \neq 0 \\ f(0) = -1 & ; x = 0 \end{cases} \quad ④$$

$$f(x) = \sqrt{x-2} + \frac{x}{|x-1|} \quad ⑤$$

$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 4}} \quad ⑥$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-4}} \quad ⑦$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 + 2x + 1} \quad ⑧$$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2} \quad ⑨$$

$$f(x) = \frac{x}{|x| + 1} \quad ⑩$$

◆ التمرين 02:

عين مجموعة تعريف وعبارة الدوال: $f, g, f+g, f-g, f \times g$ عيّن مجموعة تعريف وعبارة الدوال: $f, g, f+g, f-g, f \times g$ عيّن مجموعة تعريف وعبارة الدوال: $f, g, f+g, f-g, f \times g$

$3f, f/g, -2g$ و $3f - 2g$ في كل حالة مما يلي:

$$g(x) = x^2 + 2x - 3 \quad f(x) = x + 1 \quad ①$$

$$g(x) = \frac{2x-3}{x+2} \quad f(x) = 1 - \frac{3}{x+2} \quad ②$$

◆ التمرين 03:

اذكر إن كانت الدالتين f و g متساويتين في كل حالة مما يلي:

$$g(x) = 1 + \frac{2}{x-3} \quad f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x-3)^2} \quad ①$$

$$g(x) = |x| + \sqrt{x+1} \quad f(x) = \sqrt{x^3 + x^2} \quad ②$$

$$g(x) = (\sqrt{2x-1})^2 \quad f(x) = 2x-1 \quad ③$$

$$g(x) = \sqrt{(x+2)^2} \quad f(x) = x+2 \quad ④$$

$$g(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} \quad f(x) = x-1 \quad ⑤$$

$$g(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x-1} \quad f(x) = x - \frac{1}{x-1} \quad ⑥$$

$$g(x) = \sqrt{x+1} - 1 \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1} + 1} \quad ⑦$$

◆ التمرين 04:

عين $f \circ g$ و $f \circ f$ و $g \circ f$ بعد تعيين كل من $D_f, D_g, D_{f \circ g}$ و $D_{g \circ f}$ في كل حالة مما يلي:

◆ التمرين 10:

(I) ادرس تغيرات الدوال التالية على المجال I :

① $I = \mathbb{R}$ $f(x) = 3x - 4$

② $I = \mathbb{R}$ $g(x) = -5x + 7$

③ $I = \mathbb{R}_+^*$ $h(x) = x - \frac{1}{x}$

④ $I =]-\infty; 3]$ $k(x) = \sqrt{3-x}$

⑤ $I = \mathbb{R}$ $u(x) = 2x^2 - 4$

⑥ $I = \mathbb{R}^*$ $v(x) = \frac{1}{x^2}$

⑦ $I = \mathbb{R}_+^*$ $w(x) = x^2 + x$

(II) استنتج اتجاه تغير الدوال التالية:

$f + g$	$v \times w$	$-3g + 2$	$-2f - 5$
$f \circ h$	$g \circ v$	$f \circ v$	$g \circ f$

◆ التمرين 11:

f و g دالتان معرفتان بجدول تغيراتهما كما يلي:

x	-4	0	5
$g(x)$	-5	0	2

x	-3	0	1
$f(x)$	0	-4	5

① أوجد مجموعة تعريف الدالة h حيث: $h(x) = (g \circ f)(x)$

② احسب: $h(-3)$ ، $h(0)$ و $h(1)$.

③ ادرس اتجاه تغير الدالة h على المجال $[-3; 0]$ ثم على $[0; 1]$

◆ التمرين 12:

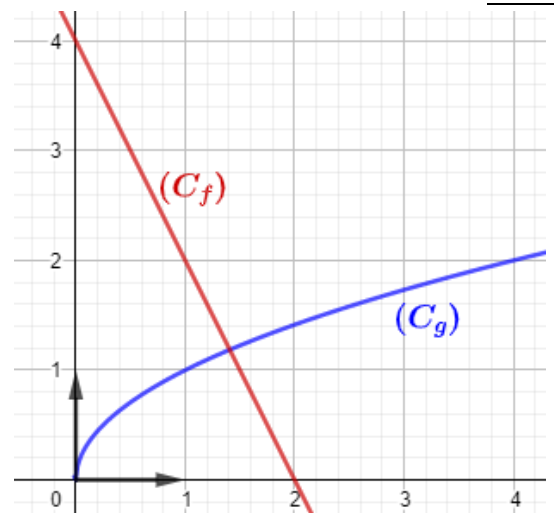
لتكن f دالة معرفة على المجال $[-3; 4]$ بجدول تغيراتها التالي:

x	-3	2	4
$f(x)$	16	1	9

• ادرس اتجاه التغير ثم شكل جدول التغيرات لكل من الدوال التالية:

f^2 و $\sqrt{f}$ ، $\frac{1}{f}$

◆ التمرين 13:



① بقراءة بيانية، عيّن: $(f \circ g)(4)$ ، $(f \circ g)(0)$ و $(g \circ f)(0)$

② لتكن $f(x) = -2x + 4$ و $g(x) = \sqrt{x}$:

أ/ عيّن $D_{f \circ g}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f \circ g$.

ب/ عيّن $f \circ g$.

◆ التمرين 14:

① ادرس اتجاه تغير الدالة h المعرفة على $]1; +\infty[$ ب:

$$h(x) = \frac{1}{x-1}$$

② نعتبر الدالتان f و g المعرفتان على $]1; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = \frac{x}{x-1} \text{ و } f(x) = x-1$$

أ/ بيّن أنه إذا كان $x > 1$ فإن $g(x) > 1$

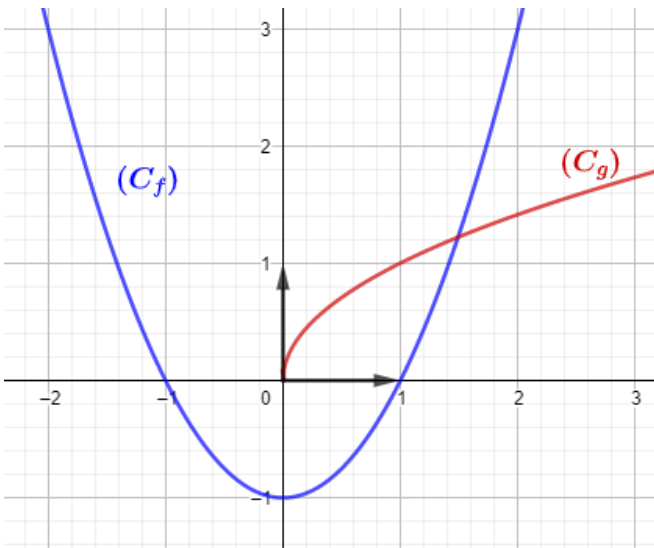
ب/ تحقق أن $(f \circ g)(x) = h(x)$

ج/ استنتج اتجاه تغير الدالة g

◆ التمرين 15:

في الشكل الموالي (C_g) و (C_f) التمثيلان البيانيان للدالتين g و f

المعرفتين على $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R}_+$ على الترتيب:



بقراءة بيانية:

① حل المتراجحة $f(x) \geq 0$ ، ثم استنتج $D_{f \circ g}$ و $D_{g \circ f}$

② عيّن $(f \circ g)(0)$ ، $(f \circ g)(4)$ ، $(f \circ g)(1)$ و $(g \circ f)(-1)$

③ شكل جدول تغيرات كل من f و g ، ثم استنتج جدول تغيرات

الدالة $f \circ g$ على $\mathbb{R} - \{-1\}$.

◆ التمرين 16:

$f(x) = x^2 + x - 1$ و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ ب: $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 10x + 5$

• جد بدلالة x عبارة الدالة g .

◆ التمرين 17:

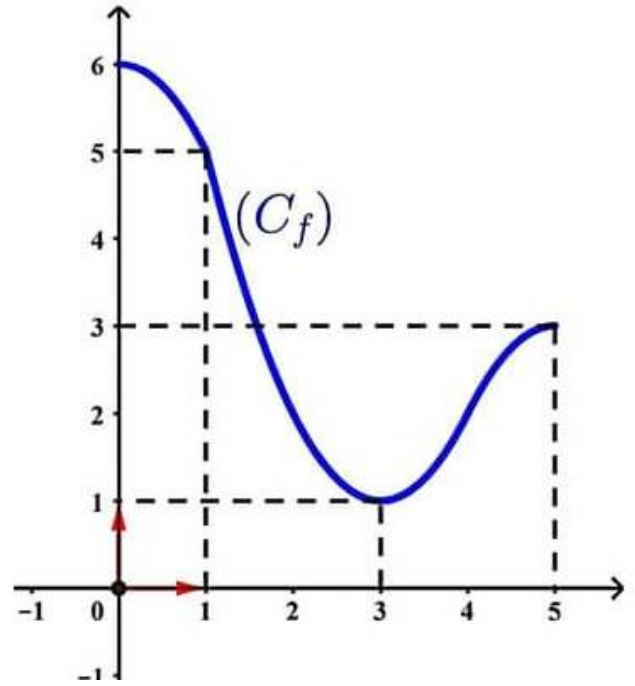
$f(x) = x + m + 1$ و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ ب: $g(x) = mx + 1$

• جد جميع القيم الممكنة للعدد الحقيقي m والتي تحقق:

$$(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$$

التمرين 18:

نعتبر f الدالة المعرفة بتمثيلها البياني التالي:



① احسب (1) $\left(f \circ f \circ \dots \circ f \right)$ مرة 2021

② أنشئ (C_g) التمثيل البياني للدالة g في كل حالة مما يلي:

$$\begin{aligned} g(x) &= -f(x) & g(x) &= f(x+1) + 1 \\ g(x) &= f(|x|) & g(x) &= |f(x)| \\ g(x) &= -f(-x) & g(x) &= -f(|x|) \end{aligned}$$

التمرين 19:

$$\begin{cases} f(x) = \cos x \\ g(x) = \sin x \\ h(x) = x^2 \end{cases} \text{ دوال معرفة على } \mathbb{R} \text{ بـ}$$

• أثبت أن $(h \circ f)(x) + (h \circ g)(x) = 1$

التمرين 20:

f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ حيث: f فردية و g زوجية.

• ادرس شفعية كل من الدالتين $f \circ g$ و $g \circ f$.

التمرين 21:

نعتبر الدالة f المعرفة بجدول تغيراتها التالي:

x	-5	0	1	3	7
$f(x)$	-4	-1	-2	0	6

① عيّن حلول المعادلة $f(x) = 0$, ثم استنتج إشارة $f(x)$.

② عيّن القيمة الحدية العظمى للدالة f .

③ عيّن جدول تغيرات الدوال التالية:

$$\begin{aligned} k(x) &= f(-x) & g(x) &= -f(x) \\ v(x) &= |f(x)| & u(x) &= f(x) - 2 \end{aligned}$$

④ ارسم في نفس المعلم منحني الدالة f, g, k, u, v .

التمرين 22:

نعتبر الدالتين u و v المعرفتين كما يلي:

$$v(x) = \frac{1}{x} \quad \text{و} \quad u(x) = -x + 1$$

ولتكن f دالة معرفة على $]-\infty; 1[$ بـ: $f = u \circ v$

① اكتب بدلالة x عبارة $f(x)$.

② عيّن صورة المجال $]-\infty; 1[$ بالدالة u .

③ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty; 1[$.

④ لتكن الدالة g المعرفة على $]-\infty; 1[$ بـ: $g(x) = f(x) + 2$

• استنتج اتجاه تغير الدالة g .

التمرين 23:

نعتبر الدالتان f و g المعرفتان بـ:

$$f(x) = 2x - 4$$

$$g(x) = \frac{x}{-x - 2}$$

• عين مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$\frac{g}{f}, \frac{f}{g}, f \times g, f + g, 2g, f + 5$$

التمرين 24:

① لتكن الدالة f المعرفة على $[2; +\infty[$ بـ

$$f(x) = \sqrt{x - 2} - 1$$

أ/ تحقق أن الدالة f هي مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما.

ب/ اعتمادا على اتجاه تغير كل من الدالتين u و v , استنتج اتجاه

تغير الدالة f .

ج/ حل المعادلة $f(x) = 0$ من أجل $x \in [2; +\infty[$, ثم فسر

النتيجة هندسيا.

د/ ارسم المنحنى (C_f) منحنى الدالة f بالاعتماد على المنحنى

$$(C) \text{ منحنى الدالة } x \mapsto \sqrt{x}$$

② لتكن الدالة g المعرفة على $[2; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = |f(x)|$$

أ/ اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب/ ارسم (C_g) منحنى الدالة g بالاعتماد على (C_f) .

③ لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(|x|)$

أ/ اكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب/ بيّن أن الدالة h زوجية

ج/ ارسم (C_h) منحنى الدالة h بالاعتماد على (C_f) .

التمرين 25:

نعتبر الدالتان f و g المعرفتان على $[-1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \sqrt{x + 1} \quad \text{و} \quad g(x) = \sqrt{x + 1} + 2$$

(C_f) و (C_g) تمثيليهما البيانيين في مستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① انطلاقا من (C) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \sqrt{x}$ ارسم (C_f)

② حدد طريقتين لرسم (C_g) ، ثم ارسمه.

◆ التمرين 26:

أثبت بثلاث طرق مختلفة أن $x = a$ محور تناظر لـ (C_f) منحنى الدالة f ، في كل حالة مما يلي:

$$x = -2 \quad , \quad f(x) = x^2 + 4x + 3$$

$$x = 1 \quad , \quad f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{(x - 1)^2}$$

◆ التمرين 27:

أثبت بثلاث طرق مختلفة أن Ω مركز تناظر لـ (C_f) منحنى الدالة f ، في كل حالة مما يلي:

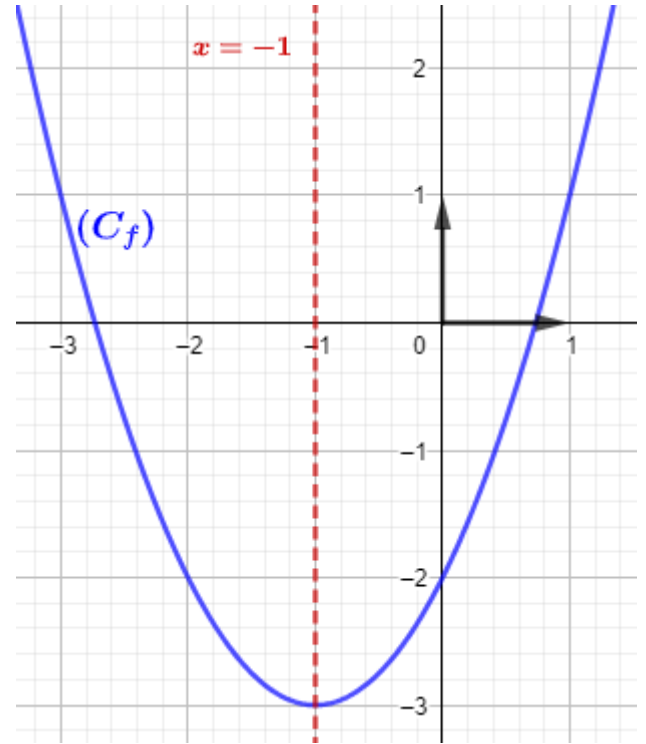
$$\Omega(2; 3) \quad , \quad f(x) = \frac{3x}{x - 2}$$

$$\Omega(2; 2) \quad , \quad f(x) = \frac{2x}{x - 1}$$

$$\Omega(-1; 1) \quad , \quad f(x) = \frac{x + 2}{x + 1}$$

◆ التمرين 28:

في مستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، المنحنى (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f :



① شكل جدول تغيرات الدالة f .

② شكل جدول إشارة الدالة f .

③ عيّن شعاع الانسحاب الذي يحول الدالة مربع إلى (C_f) .

④ جد عبارة $f(x)$ بدلالة x .

⑤ بيّن أن المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ محور تناظر لـ (C_f) بطريقتين مختلفتين.

⑥ في نفس المعلم أنشئ منحنيات الدوال g, h, k و φ حيث:

$$g(x) = f(|x|)$$

$$h(x) = |f(x)|$$

$$k(x) = (x - 1) + 3$$

$$\varphi(x) = -h(x)$$

◆ التمرين 29:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = ax^2 + bx + c$ و (C_f) منحنائها البياني في مستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① عين الأعداد الحقيقية a, b و c علماً أن (C_f) يمر على النقاط $A(0; -5)$ ، $B(1; 0)$ و $C(-5; 0)$.

② بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x + 2)^2 - 9$

③ ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

④ عيّن القيمة الحدية الصغرى للدالة f .

⑤ بالاستعانة بمنحنى الدالة مربع، ارسم (C_f) .

◆ التمرين 30:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - 2x$ و (C_f) منحنائها البياني في مستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$

① ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

② بالاستعانة بمنحنى الدالة مربع، ارسم (C_f) .

③ أنشئ في نفس المعلم السابق منحنى الدالة g حيث:

$$g(x) = |f(x)|$$

④ ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي حلول المعادلتين (E)

و (F) حيث: $f(x) = m \dots (E)$ و $g(x) = m \dots (F)$

◆ التمرين 31:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$f(x) = \frac{3x - 2}{x + 1}$$

و (C_f) منحنائها البياني في مستوي $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① عين مجموعة تعريف الدالة f .

② عيّن العددين a و b بحيث من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-1\}$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x + 1}$$

③ استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

④ بيّن أنه من أجل كل $x > -1$ لدينا: $f(x) > 3$.

⑤ بيّن أن النقطة $\omega(-1; 3)$ مركز تناظر لـ (C_f) .

⑥ بيّن أن (C_f) هو صورة منحنى الدالة مقلوب بانسحاب يطلب

تعيين شعاعه، ثم ارسمه.

◆ التمرين 32:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{2 - x}$$

① عين الأعداد الحقيقية a, b و c بحيث من أجل كل $x \in D_f$:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{2 - x}$$

② ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D) ذو المعادلة

$$y = -x - 5$$