

على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول (20ن):

التمرين الأول (04ن):

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z + 1 - \sqrt{3})(z^2 + 2z + 4) = 0$.
2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C لواحقها على الترتيب :
 $z_C = \overline{z_B}$ ، $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ ، $z_A = -1 + \sqrt{3}$
أ- بين ان : $z_B - z_A = i(z_C - z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC و أحسب مساحته .
ب- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث : $L = \frac{z_C - z_A}{z_C}$
ج- بين أن : $L = \frac{\sqrt{6}}{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$ ثم استنتج قيمة $\tan \frac{\pi}{12}$.
3. نعتبر التحويل النقطي S الذي يحول النقطة M ذات اللاققة z إلى النقطة M' ذات اللاققة z' والمعرف بـ:
 $z' = (z - z_B)L + z_B$
أ- بين ان S تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة .
ب- لتكن النقط A', B', C' صور النقط A, B, C أحسب مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين الثاني (04ن):

- يحتوي كيس على ستة كرات حمراء أربع منها تحمل الرقم 1 و اثنان تحملان الرقم 2 و ثمان كرات خضراء خمسة منها تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2 الكرات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس .
- نسحب عشوائيا من الكيس كرتين في ان واحد .
- نعتبر الحدثان A : " سحب كرتين من نفس اللون " و B : " سحب كرتين من نفس الرقم "
1. بين أن : $P(A) = \frac{43}{91}$ ثم أحسب $P(B)$.
 2. أ- علما ان الكرتان المسحوبتان من نفس اللون ، ماهو احتمال ان تحملان نفس الرقم ؟
ب- استنتج $P(A \cap B)$.
 3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
أ- عين القيم الممكنة لـ X ثم عرف قانون احتماله .
ب- أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .

لتكن (u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين معرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي : $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = \frac{v_n + 2u_n}{3} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{2v_n + u_n}{3} \end{cases}$

1. من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (L_n) بحيث : $L_n = u_n - v_n$.
 أ- أثبت ان (L_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .
 ب- أوجد عبارة L_n بدلالة n . هل (L_n) متقاربة ؟
2. أدرس اتجاه تغير المتتاليتين (u_n) و (v_n) .
3. بين أن (u_n) و (v_n) متجاورتان و لهما نفس النهاية التي نرمز لها بالرمز l .
4. استنتج بدلالة n المجموع S_n المعرف بـ : $S''_n = S'_n + S_n$ علما أن :
 $S'_n = v_0 u_0 - v_0^2 + v_1 u_1 - v_1^2 + \dots + v_n u_n - v_n^2$
 $S''_n = u_0^2 - u_0 v_0 + u_1^2 - u_1 v_1 + \dots + u_n^2 - u_n v_n$
5. من أجل كل عدد طبيعي n نعرف المتتالية (w_n) بحيث : $w_n = u_n + v_n$.
 - أثبت ان (w_n) ثابتة ثم استنتج قيمة l

التمرين الرابع (07ن) :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1. أ- أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$
 ب- أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f)
 ج- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D) .
2. أ- أثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$.
 ب- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ،
 ج- بين ان المستقيم (D') الذي معادلته $y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f)
 د- أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (D')
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
4. أرسم (C_f) و المقاربات (D) ، (D')
5. لتكن (Δ_m) المستقيمات التي معادلاتها من الشكل $y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$ حيث m وسيط حقيقي .
 أ- تحقق أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة $A\left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 2}{2}\right)$.
 ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m)$.
6. دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = f(x^2)$ دون حساب عبارة الدالة h أدرس اتجاه تغيراتها .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20ن)

التمرين الأول (04ن):

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية : $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$.

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > e^2$.
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة ؟
3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(u_n) - 2$.
 أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
 ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .
 ج- ماهي نهاية كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .
4. أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

التمرين الثاني (04ن):

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، كل الكرات متماثلة لا نفرق بينهم عند اللمس .

1. نسحب من الكيس عشوائيا و في ان واحد 3 كرات .
 أ- أحسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية :
 A: "الكرات المسحوبة كلها حمراء" B: "توجد كرة حمراء واحدة فقط في السحب"
 C: "توجد على الأقل كرية واحدة فقط بيضاء في السحب" D: "الكرات المسحوبة من ألوان مختلفة"
 2. ننزع من الكيس الكرات البيضاء و نضع مكانها n كرة سوداء حيث $n \geq 2$ ثم نسحب على التوالي كرتين دون إرجاع .
 - نفرض أن سحب كرية حمراء يساوي (-10) نقطة و سحب كرية سوداء يساوي $(+5)$ نقطة و ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع المحصل عليها .
 أ- أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.
 ب- عين قيمة n حتى تكون اللعبة عادلة .
 ج- كيف نختار عدد الكرات السوداء حتى تكون اللعبة مربحة ؟

التمرين الثالث (05ن):

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z^2 + 4)(z^2 - 6z + 10) = 0$.
2. المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(\vec{u}, \vec{v}; O)$ نعتبر النقط A, B, C, D, E لواحقتها على الترتيب :
 $z_E = 2 - 2i$ ، $z_D = 3 + i$ ، $z_C = 3 - i$ ، $z_B = -2i$ ، $z_A = 2i$
 - نضع : $L = \frac{z_C - z_A}{z_D - z_A}$
 أ- أحسب طولية و عمدة العدد المركب L ثم فسر النتيجة هندسيا .
 ب- استنتج أنه يوجد دوران وحيد R يحول B إلى A و D إلى C يطلب إيجاد زاويته .
3. نسمي (T_1) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق : $\arg(iz + 1 - 3i) = \frac{-\pi}{4}$
 - بين أن B تنتمي الى (T_1) ثم عين (T_1) .
4. نرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' بالدوران R .
 أ- أكتب العبارة المركبة للدوران R ، ثم عين سابقة النقطة O بالدوران R .
 ب- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|-iz + 2 + 2i| = |z_A|$
 أعط تفسيرا هندسيا لعمدة العدد المركب $\frac{z - z_B}{z - z_D}$ ثم استنتج مجموعة النقط بحيث يكون العدد $\frac{z - z_B}{z - z_D}$ حقيقيا سالبا .

التمرين الرابع (07ن):

- I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $g(x) = 1 - (1 + 2x)e^{2x}$
 1. أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.
 2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
 3. أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.
- II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$
 1. التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 2. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.
 3. أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .
 4. أ- بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين تقبل α و β حيث : $-3.5 < \alpha < -3$ و $0.75 < \beta < 0.8$.
ب- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) . يطلب تعيين معادلة له .
 5. أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .
 6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$
 7. h دالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة : $h(x) = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.
أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها (دون حساب عبارة h)

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أستاذة المادة لكم بالنجاح: "مباركي ف"