



نوفمبر 2019

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية

المدة: 2 ساعة

الفرض الأول في الرياضيات

التمرين 01 : (8 نقط)

حل في $\mathbb{R}$ ما يلي :

(أ) $e^x + \frac{e}{e^x} = 1 + e$

(ب) $e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$

(2) أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E_1) : x^2 - x - 5 = 1$

ب- استنتج حلول المعادلات الآتية بعد إعطاء مجموعة التعريف .

$(E_2) : (\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$

$(E_3) : \ln (x^2 - x - 5) = 0$

$(E_4) : \ln(x) + \ln(x-1) = \ln 6$

التمرين 02 : (12 نقطة)

I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} : g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها .

(2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّين أحدهما معدوم والآخر α حيث : $1,59 < \alpha < 1,60$

(3) استنتج إشارة $g(x)$.

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} : f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(وحدة الطول 2 cm)

(1) بيّن أنّ (C_f) يقبل عند $-\infty$ و $+\infty$ مستقيمين مقاربين معادلتهما على الترتيب : $y = -1$ و $y = 0$

(نقبل أنّ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$)

(2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - 2x)^2}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

(3) أ) بيّن أنّ : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha-1}$ حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I.

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ج) ارسم (C_f) .

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$2x - 2 = (e^x - 2x)(m + 1)$$

(5) h هي الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = [f(x)]^2$

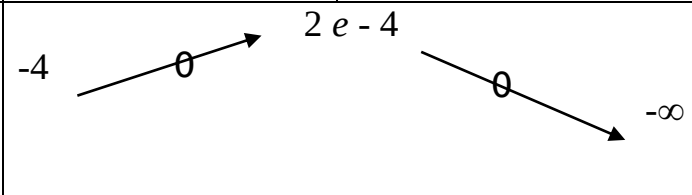
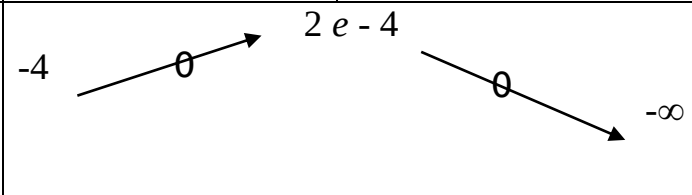
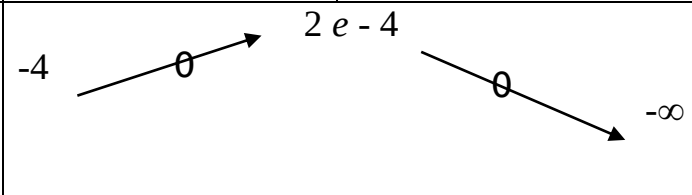
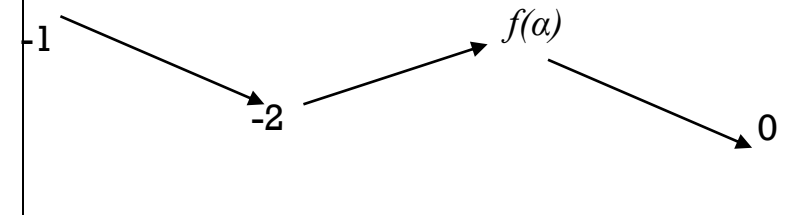
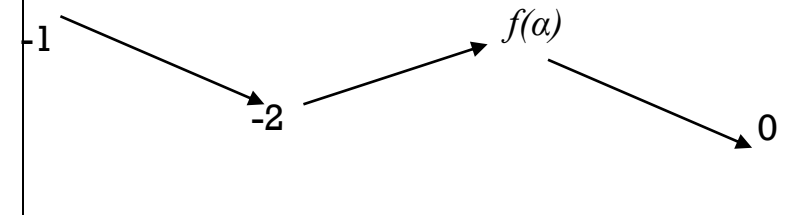
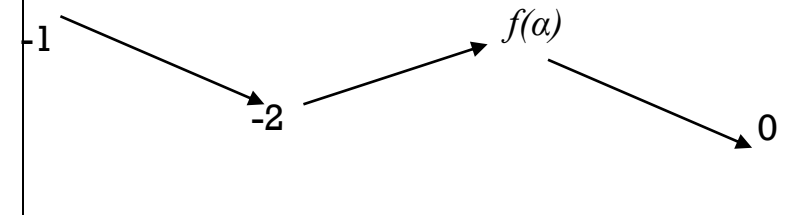
أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h .

بالتوفيق

العلامة	الحل	رقم التمرين
8 ن	(1) أ $e^x + \frac{e}{e^x} = 1 + e$ تعني $e^{2x} + e = e^x + e^{x+1}$ $e^{2x} + e^x(e + 1) + e = 0$ $\begin{cases} X^2 - (e + 1)X + e = 0 \\ X = e^x \end{cases}$ $\Delta = (e - 1)^2$ $\begin{cases} X = 1 \text{ أو } X = e \\ X = e^x \end{cases} \text{ ومنه}$ إذن $S = \{0; 1\}$ $e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0 \quad \text{ب)}$ $e^{2x} (e^{2x} + 4e^x - 5) = 0 \text{ تعني}$ $\begin{cases} X^2 + 4X - 5 = 0 \\ X = e^x \end{cases}$ $\begin{cases} X = 1 \text{ أو } X = -5 \\ X = e^x \end{cases} \text{ ومنه}$ إذن $S_1 = \{0\}$	التمرين 1
	1.5 0.5	

	1.5	(2) (E₁) : S₁={-2; 3} ب) استنتج حلول المعادلات. • (E₂) : (ln x)² - ln x - 6 = 0 أي X² - X - 6 = 0 X = ln x X = -2 أو X = 3 X = ln x 1.5 1.5 S₂={e⁻² ; e³} • (E₃) تكافئ x²-x-5=1 S₃={-2; 3} 1.5 • (E₄) ln(x) + ln(x-1) = ln 6 تكافئ { ln x (x - 1) = ln 6 x > 1 S₄={ 3}	
12 ن	2	(I) 1) دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها • النهايات $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -4$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ • المشتق $g'(x) = (2-2x) e^x$ • جدول التغيرات	التمرين 2

		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td colspan="2">+</td><td>0</td><td colspan="2">-</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td colspan="5"></td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	α	$+\infty$	$g'(x)$	+		0	-		$g(x)$					
x	$-\infty$	0	1	α	$+\infty$															
$g'(x)$	+		0	-																
$g(x)$																				
0.5		(2) $g(x)=0$ تقبل حل وحيد (مبرهنة القيم المتوسطة)																		
0.5		(3) إشارة $g(x)$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$g(x)$	-	+	0	-								
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																
$g(x)$	-	+	0	-																
1		II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$:- $f(x)=\frac{2x-2}{e^x-2x}$																		
1		• النهايات $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$																		
0.5		و منه المنحنى يقبل مستقيمين مقاربين هما $y = 0$; $y = -1$																		
		• المشتق $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$																		
		ب (إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$)																		
		• جدول التغيرات																		
0.5		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td colspan="5"></td></tr></table>	x	$-\infty$	0	α	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	$f(x)$						
x	$-\infty$	0	α	$+\infty$																
$f'(x)$	-	0	+	0	-															
$f(x)$																				
0.5																				
1		ج ($f(1)=0$ إشارة $f(x)$)																		

		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x)$	$-$	0	$+$																						
x	$-\infty$	1	$+\infty$																													
$f(x)$	$-$	0	$+$																													
0.5		$g(\alpha)=0$ (3)																														
0.5		$f(\alpha)=\frac{1}{\alpha-1}-1$ و منه $e^\alpha=\frac{4}{4-2\alpha}$ و منه (3ب) حصر العدد $f(\alpha)$ $0.66 < f(\alpha) < 0.69$ ج) الرسم																														
1.75																																
1		(4) المناقشة البيانية $f(x)=m+1$ • $m+1 < -2$ اي $m < -3$ لا توجد حلول • $m+1 = -2$ اي $m = -3$ حل مضاعف معدوم • $-1 < m+1 < 2$ اي $-3 < m < -2$ حل سالب • $0 < m+1 < -1$ اي $-2 < m < -1$ حل موجب • $0 < m+1 < f(\alpha)$ اي $-1 < m < -1 + f(\alpha)$ حلين موجبيين • $m+1 = f(\alpha)$ اي $m = -1 + f(\alpha)$ حل مضاعف $x=\alpha$ • $m+1 > f(\alpha)$ اي $m > f(\alpha) - 1$ لا توجد حلول $h'(x) = 2f(x) \times f'(x)$ (5)																														
0.25		<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$h'(x)$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>$-$</td><td>$+$</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$h(x)$</td><td colspan="5"></td></tr></table>	x	$-\infty$	0	1	α	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$-$	$f(x)$	$-$	0	$-$	$+$	$+$	$h'(x)$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$	$h(x)$					
x	$-\infty$	0	1	α	$+\infty$																											
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	$-$																											
$f(x)$	$-$	0	$-$	$+$	$+$																											
$h'(x)$	$+$	$+$	$-$	$+$	$-$																											
$h(x)$																																

		$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 1 ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$ النهايات • $h(0)=4$ • $h(1)=0$ •
--	--	---