

لحساب نهاية دالة معينة لما x يؤول إلى عدد حقيقي (وليس إلى ما لا نهاية) دائما نقوم بالتعويض

$$\lim_{x \rightarrow -3} \left(2x^2 + \frac{4x-3}{x-7} + 2x-6 \right) = 2(2)^2 + \frac{4(2)-3}{2-7} + 2(2)-6 = 8 + \frac{5}{-5} + 4-6 = 8-1+4-6 = 5$$

نهاية دالة كثير حدود لما x يؤول إلى ∞ :

نهاية دالة كثير حدود لما x يؤول إلى ∞ هي نهاية الحد الأعلى درجة لما x يؤول إلى ∞ .

مثال : (انتبه : احذف رمز $\lim$ عندما تقوم بالتعويض)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 - 4x^2 + 5x - 3) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3) = +\infty \quad (\text{لأن } -3 \times (-\infty) \times (-\infty) \times (-\infty) = +\infty)$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (-4x^2 + 5x^2 - 9x - 3) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-4x^2) = -\infty \quad (\text{لأن } -4 \times (+\infty) \times (+\infty) = -\infty)$$

نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى ∞ :

نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى ∞ هي نهاية الحد الأعلى درجة في البسط على نهاية الحد الأعلى درجة في

المقام لما x يؤول إلى ∞ ثم الاختزال ثم التعويض (تذكر : $\frac{\infty}{\infty} = \infty$ ، $\frac{\text{عدد}}{\infty} = 0$)

أمثلة : (انتبه : احذف رمز $\lim$ عندما تقوم بالتعويض)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^3 - x^2 - 3x + 1}{10x - 7} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^3}{10x} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2}{5} \right) = \frac{2 \times (+\infty)}{5} = \frac{+\infty}{5} = +\infty$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 5x - 3}{-3x^3 + 8x - 5} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2}{-3x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{-3x} \right) = \frac{2}{+\infty} = 0$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 2x + 7}{-5x^2 + 9x - 5} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2}{-5x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4}{-5} \right) = -\frac{4}{5}$$



نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي حيث نتيجة النهاية هي $\frac{0}{0}$ أو $\frac{\text{عدد}}{0}$ (حيث عدد $\neq 0$) :

(أ) نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي a حيث نتيجة النهاية هي $\frac{\text{عدد}}{0}$ (حيث عدد $\neq 0$) :

(قبل شرح كيفية حساب هذه النهاية يجب أن تعلم أن $\frac{\text{عدد}}{0} = \infty$)

(إشارة ∞ ناتجة من إشارة 0 الموجود في المقام و إشارة العدد الموجود في البسط)

(لذلك ندرس إشارة المقام لمعرفة إشارة 0 الموجود في المقام) ** أعلم أنك لم تفهم جيدا **

راقب الأمثلة :

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-4}{4-2x} = \frac{3(2)-4}{4-2(2)} = \frac{6-4}{4-4} = \frac{2}{0} = \infty \quad (\text{و لكن ما هي إشارة } \infty \text{ ؟ أعلم أن } 2 \text{ موجب . و } 0 \text{ ؟})$$

ندرس إشارة المقام $4-2x$: (إذا نسيت طريقة دراسة الإشارة ابحث في المطبوعات الخاصة بالإشارة)

x	$-\infty$	$<$	2	$>$	$+\infty$
$4-2x$		$+$	0	$-$	

$4-2x=0$ معناه $x=2$. وعليه :

نلاحظ أن لما $x < 2$ الإشارة موجبة أي 0^+

و لما $x > 2$ الإشارة سالبة أي 0^-

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-4}{4-2x} = \frac{2}{0^-} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-4}{4-2x} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

لذلك :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-7}{x^2-5x+6} = \frac{(3)-7}{(3)^2-5(3)+6} = \frac{-4}{9-15+6} = \frac{-4}{0} = \infty \quad (2)$$

ندرس إشارة المقام x^2-5x+6 : حساب Δ : $\Delta = (-5)^2 - 4(1)(6) = 25 - 24 = 1 > 1$:

x	$-\infty$	2	< 3	>	$+\infty$
x^2-5x+6	+	0	-	0	+

ومنه $x_1 = \frac{5-\sqrt{1}}{2} = 2$ و $x_2 = \frac{5+\sqrt{1}}{2} = 3$ وعليه :

نلاحظ أن لما $x < 3$ الإشارة سالبة أي 0^-

ولما $x > 3$ الإشارة موجبة أي 0^+

لذلك :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-7}{x^2-5x+6} = \frac{-4}{0^+} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-7}{x^2-5x+6} = \frac{-4}{0^-} = +\infty$$

MEBARKI
ENACER
AYAR
AYA

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2-7x+1}{x^2-8x+16} = \frac{2(4)^2-7(4)+1}{(4)^2-8(4)+16} = \frac{32-28+1}{16-32+16} = \frac{5}{0} = \infty \quad (3)$$

ندرس إشارة المقام $x^2-8x+16$: حساب Δ : $\Delta = (-8)^2 - 4(1)(16) = 64 - 64 = 0$:

x	$-\infty$	< 4	>	$+\infty$
$x^2-8x+16$	+	0	+	+

العبارة تقبل جذرا مضاعفا هو $x = \frac{8}{2(1)} = 4$ وعليه :

نلاحظ أن لما $x < 4$ الإشارة موجبة أي 0^+

ولما $x > 4$ الإشارة موجبة أي 0^+

لذلك :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2-7x+1}{x^2-8x+16} = \frac{5}{0^+} = +\infty$$

(ب) نهاية دالة ناطقة لما x يؤول إلى عدد حقيقي a حيث نتيجة النهاية هي $\frac{0}{0}$:

في هذه الحالة نقوم بقسمة البسط والمقام للدالة الناطقة على $x-a$ ثم نقوم بعملية الاختزال ثم نحسب النهاية :

$$\text{مثال : } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5} = \frac{(5)^2-7(5)+10}{(5)^2-6(5)+5} = \frac{25-35+10}{25-30+5} = \frac{0}{0}$$

نقوم بقسمة البسط $x^2-7x+10$ والمقام x^2-6x+5 على $x-5$ ثم نختزل :

$$\begin{array}{r|l} x^2-7x+10 & x-5 \\ -x^2+5x & \\ \hline 2x+10 & x-2 \\ -2x-10 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^2-7x+10 = (x-5)(x-2)$$

$$\begin{array}{r|l} x^2-6x+5 & x-5 \\ -x^2+5x & \\ \hline -x+5 & x-1 \\ x-5 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$x^2-6x+5 = (x-5)(x-1) \quad \text{أي :}$$

$$\frac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5} = \frac{(x-5)(x-2)}{(x-5)(x-1)} = \frac{x-2}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-7x+10}{x^2-6x+5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-2}{x-1} = \frac{(5)-2}{(5)-1} = \frac{3}{4}$$

انتظروا الجديد



يتمنى الأستاذ مبارك MEBARKI2016 أنه استطاع إزالة بعض الصعوبات التي كان يصادفها التلميذ حول النهايات و حول بقية المجالات لا تخف سأبقى أحاول إزالة الصعوبات إلى آخر رفق فدائما بحول الله يوجد الجديد