

الحل :

دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + 4xe^{2x}) = +\infty$$

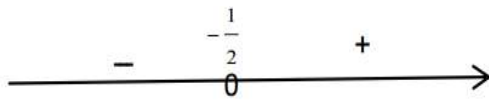
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 4xe^{2x}) \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 + 2(2xe^{2x})) = 1 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2xe^{2x} = 0$$

2- الدالة g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و لدينا :

$$g'(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4e^{2x}(1 + 2x)$$

إشارة $g'(x)$ من نفس إشارة $1 + 2x$ لأن :
 $4e^{2x} > 0$



جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$		$- \quad 0 \quad +$	
$g'(x)$	1	$1 - \frac{2}{e}$	$+\infty$

حل تمارين الدالة الأسية السلسلة رقم 02

التمرين 7 : دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = 1 + 4xe$$

أدرس اتجاه تغير الدالة

بين أن $g(-) = 1 - -$ ، ثم تحقق أن

$g(-)$ ، استنتج أن g موجبة على $\mathbb{R}$

دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x) = x + 1 + (2x - 1)e$$

تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى م م وم الوحدة 2 cm

- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا:
- أحسب $\frac{f(x)}{g(x)}$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة ماذا تستنتج ؟
- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 1]$ ماذا تستنتج ؟ أدرس وضعية (C_f) و (Δ) حيث (Δ) المستقيم ذي المعادلة 1
- أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0
- بين أن لـ (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها
- أرسم (T) و (Δ) و (C_f)

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1+(2x-1)e^{2x}}{x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} + \frac{(2x-1)}{x} e^{2x} \right) = +\infty$$

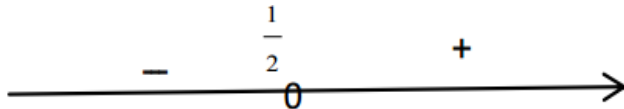
نستنتج أن (C_f) يقبل فرعا مكافئ في اتجاه محور الترتيب

(3) نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيما مقلوبا مائلا (Δ) معادلته $y = x+1$

دراسة الوضعية :

$$f(x) - x - 1 = (2x-1)e^{2x}$$

إشارة $(2x-1)e^{2x}$ من نفس إشارة $2x-1$ لأن : $e^{2x} > 0$



X	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - x - 1$	-	0	+
الوضعية	(C_f) تحت (Δ)	بقطع	(C_f) فوق (Δ)

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - 2e^{-1} = 1 - \frac{2}{e} > 0$$

من جدول التغيرات نستنتج أن $g(x) > 0$

$$f(x) = x + 1 + (2x - 1)e^{2x} \quad (II)$$

$$f'(x) = 1 + 2e^{2x} + 2e^{2x}(2x-1)$$

$$= 1 + 2e^{2x} + 4xe^{2x} - 2e^{2x}$$

$$= 1 + 4xe^{2x} = g(x)$$

النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1+(2x-1)e^{2x})$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (x+1+2xe^{2x} - e^{2x}) = -\infty$$

$$\text{لأن } \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = 0 \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} 2xe^{2x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x+1 = -\infty$$

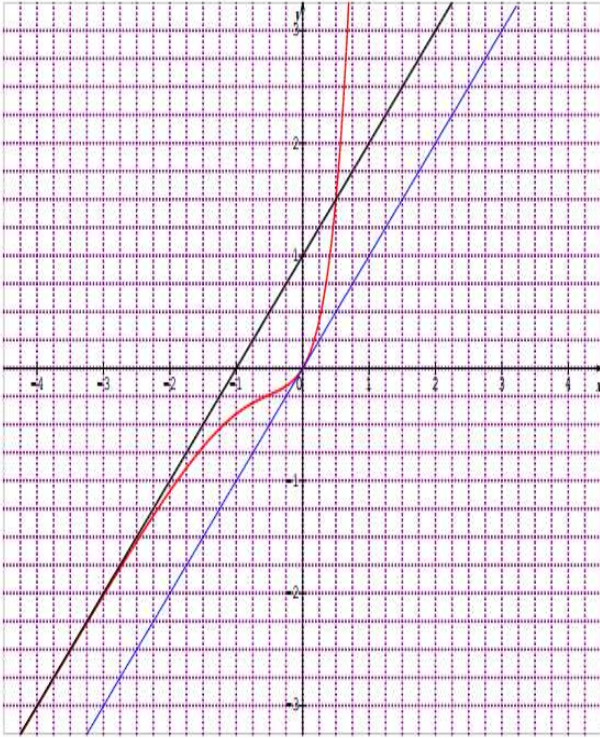
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+1+(2x-1)e^{2x}) = +\infty$$

الدالة المشتقة : بما أن $f'(x) = g(x)$ فإن $f'(x) > 0$ ومنه الدالة متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		+
$f'(x)$	$-\infty$	$+\infty$

الرسم :



4 كتابة معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

معادلة المماس هي : $y = f'(0)(x-0) + f(0)$ ومنه

$$y = x$$

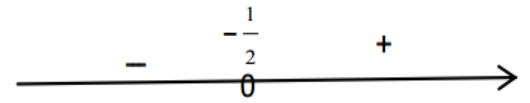
5 تبين أن لـ (C_f) نقطة انعطاف يطلب نعين إحداثياتها

لدينا : $f'(x) = 1 + 4xe^{2x}$ ومنه

$$f''(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4e^{2x}(1 + 2x)$$

إشارة $4e^{2x}(1 + 2x)$ من نفس إشارة $1 + 2x$ لأن :

$$e^{2x} > 0$$



الدالة المشتقة الثانية تنعدم عند $-\frac{1}{2}$ وغير إشارتها

ومنه النقطة $A\left(-\frac{1}{2}; f\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$ هي نقطة إنعطاف

لـ (C_f)

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 2e^{-1} = \frac{1}{2} - \frac{2}{e}$$