

سلسلة المثابر في الدوال اللوغاريتمية - بكالوريا 2021 -

من إعداد الأستاذ : مراد قطاري

الشعب : عتج - ريا - تفر

التمرين الثاني

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :
 $g(x) = -x^2 - 2 + 2 \ln x$

1. أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها
2. أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها
3. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = -x + 5 - 2 \frac{\ln x}{x}$$

(C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. عين نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.
2. أحسب $f'(x)$ وشكّل جدول تغيرات الدالة f
3. (أ) برهن أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x + 5$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.
- (ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) .

4. (أ) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة ذات الفاصلة α حيث :
 $4.3 < \alpha < 4.4$
- (ب) برّر أن : $\ln \alpha = \frac{-\alpha^2 + 5\alpha}{2}$

5. بين أنه يوجد مماس (T) للمنحني (C_f) يكون موازياً للمستقيم (D) ، ثم أكتب معادلته .

6. أنشئ كلا من المستقيم (D) ، المماس (T) والمنحني (C_f)

7. ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(5 - m)x - 2 \ln x = 0$

التمرين الأول

f دالة معرفة على : $]1; +\infty[\cup]1; -1] \cup D =]1; +\infty[\cup]1; -1]$

$$f(x) = \frac{1}{x-1} + \ln(x+1)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج بياناً

2. (أ) بين أنه من أجل كل x من D لدينا:

$$f'(x) = \frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$$

- (ب) عين معادلة للمماس (Δ) ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.

3. g دالة معرفة على المجال $]1; +\infty[$ بالعلاقة :

$$g(x) = \frac{1}{x-1} + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

- (أ) بين أن $\frac{x+1}{x} > 1$ من أجل كل x من $]1; +\infty[$

- (ب) ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]1; +\infty[$

4. (أ) نسمي ($C_{\ln}$) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln x$ حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى ($C_{\ln}$) على المجال $]1; +\infty[$

- (ب) أرسم (C_f) و ($C_{\ln}$) و (Δ)

5. ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماماً حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x :

$$\frac{1}{x-1} + \ln\left(\frac{x+1}{m}\right) = 0$$

التمرين الثالث

(I) g دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 2\ln(x)$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغير g وشكل جدول تغيراتها.

3. أثبت أن المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلا وحيدا α :
 $1.2 < \alpha < 1.5$

4. استنتج إشارة $g(x) - 2$ حسب قيم x

(II) f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x + 2 - \frac{2\ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة الثانية هندسيا

2. بين أن من أجل x من $]0; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x) - 2}{x^2}$$

ثم أدرس اتجاه التغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

3. بين أن (D) المستقيم ذو المعادلة $y - x - 2 = 0$ مقارب عند $+\infty$

4. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D)

5. أثبت أن $f(\alpha) = 2\alpha + 2 - \frac{2}{\alpha}$ ، ثم أوجد حصر $f(\alpha)$

6. بين أنه توجد نقطة وحيدة B من (C_f) يكون عندها المماس (T) موازيا لـ (D)

7. أنشئ المنحنى (C_f)

التمرين الرابع

(I) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:
 $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$

1. أحسب نهايات g عند 0 وعند $+\infty$.

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ أن:

$$g'(x) = x(2\ln x - 1)$$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما والآخر

$2.2 < \alpha < 2.3$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(II) نعتبر f المعرفة على المجال $]0; e[\cup]e; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{1}{x(1 - \ln x)}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م.م.م $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1. أدرس نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها

2. (I) بين أنه من أجل كل x من المجال D أن:

$$f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1 - \ln x)^2}$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. (I) تحقق أنه من أجل كل x من D :

$$f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1 - \ln x)}$$

(ب) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

4. أرسم (Δ) و (C_f) في المعلم السابق.

5. لتكن الدالة F المعرفة على المجال $]0; e[\cup]e; +\infty[$ بـ:

$$F(x) = -\ln(1 - \ln x)$$

(I) بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; e[\cup]e; +\infty[$.

(ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = \sqrt{e}$

التمرين الخامس

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها

2. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3 + \frac{\ln x}{2x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد

والمتمجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ; ثم فسر النتائج هندسيا

2. (ا) تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2} :$$

(ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. (ا) بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D)

4. (ا) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها

(ب) أكتب معادلة للمماس (T) .

5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f) .

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + m$$

التمرين السادس

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$g(x) = x^2 - 1 - 2\ln(x)$$

1. أدرس تغيرات الدالة g

2. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا

2. برهن أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (يمكن وضع

$$t = \sqrt{x} , \text{ ثم أحسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x))$$

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من

$$f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2} :]0; +\infty[$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4. (ا) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$.

(ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

5. (ا) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$.

(ب) أرسم (Δ) و (C_f) .

6. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$h(x) = f(-x) \text{ و } (C_h) \text{ تمثيلها البياني}$$

- اشرح كيف يتم رسم المنحنى (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه .

التمرين السابع

I) - لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$g(x) = e^x - \ln(e^x - 1)$$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2. استنتج أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ أن $g(x) > 0$:

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1} \ln(e^x - 1)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م . م . م $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(I) بين أن (C_g) و (C) يشتركان في نقطتين فاصلتيهما 1 و e

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; e]$ لدينا: $g(x) \leq \ln x$

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0; 1[\cup]1; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x-1} \text{ و ليكن } (C_f) \text{ تمثيلها البياني}$$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من

$$]0; 1[\cup]1; +\infty[\quad f'(x) = \frac{-g(x)}{x(x-1)^2}$$

استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجالي تعريفها

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ و

أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ، فسر النتيجة الأخيرة بيانياً.

3. شكل جدول تغيرات الدالة f

4. بين أن (C_f) يقطع المستقيم ذي المعادلة $2y-1=0$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $3.5 \leq \alpha \leq 3.6$

5. أرسم المنحنى (C_f)

(III) لتكن h الدالة المعرفة على $]0; +\infty[\cup]-\infty; -a[$ بالعلاقة: $h(x) = \frac{\ln(x+a)}{x} + b$ حيث a و b عددين حقيقيين

1. عين العددين a و b إذا علمت أن (C_h) منحنى الدالة h يشمل النقطة $A(1; 0)$ و يقبل مستقيم مقارب يوازي محور الفواصل معادلته $y = -\ln 2$ في جوار $+\infty$

2. أكتب عبارة $h(x)$ بدلالة $f(x)$ ، ثم بين أنه يمكن رسم المنحنى (C_h) انطلاقاً من المنحنى (C_f)

3. أرسم المنحنى (C_h) في المعلم السابق.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2. بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{e^x}{(e^x - 1)^2} \cdot g(x)$$

3. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4. أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$:

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1} [x + \ln(1 - e^{-x})]$$

5. بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

6. أحسب إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) .

7. ليكن λ عدداً حقيقياً حيث: $0 < \lambda < \ln 2$

(I) أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بـ (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادليهما $x = \lambda$ و $x = \ln 2$

(ب) أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$

التمرين الثامن

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة 2cm

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$g(x) = -x + 1 + x \ln x$$

و ليكن (C_g) تمثيلها البياني. و جدول تغيراتها هو كما يلي:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 +	
$g(x)$	...	0	...

1. أتمم جدول التغيرات بتعيين النهايات المنقوصة.

2. أدرس إشارة $g(x)$

3. ليكن (C) التمثيل البياني للدالة $\ln x \rightarrow x$ في المعلم السابق

(د) هل المستقيم (AB) عمودي على مماس المنحنى (C_h) في النقطة B ؟

التمرين العاشر

(I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :
 $f(x) = \ln(e^x + 2e^{-x})$
 (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
 $f(x) = x + \ln(1 + 2e^{-2x})$
 (ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وبين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) .
 (ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D) .

2. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
 $f(x) = -x + \ln(2 + e^{2x})$
 (ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (D') ذو المعادلة $y = -x + \ln 2$ مقارب مائل لـ (C_f) .
 (ج) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D') .

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها
4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
 $f(\ln 2 - x) = f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

5. أرسم (D) ، (D') و (C_f) .
6. ليكن (Δ_m) المستقيم ذو المعادلة

$$y = mx + \frac{\ln 2}{2}(1 - m) \quad \text{حيث } m \text{ بسيط حقيقي.}$$

- (أ) بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل النقطة الثابتة $A\left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 2}{2}\right)$.

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ :
 $g(x) = x^2 + 2x - 1 + \ln(x + 1)$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.31 < \alpha < 0.32$.
3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ :
 $f(x) = (x + 1)^2 + (2 - \ln(x + 1))^2$
 (C_f) تمثيلها البياني في م. م. م. $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ($\|\vec{i}\| = 2\text{cm}$)

1. بين أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$ أن :
 $f'(x) = \frac{2g(x)}{x + 1}$

2. عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف ، ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين أن $f(\alpha) = (\alpha + 1)^2 + (\alpha + 1)^4$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. مثل المنحنى (C_f)

5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = m + 1$.

(III) نعتبر الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ :
 $h(x) = \ln(x + 1)$
 وليكن (C_h) منحناها البياني في المعلم السابق و $A(-1; 2)$ نقطة من المستوي .

1. أكتب عبارة المسافة AM بدلالة $f(x)$ حيث M نقطة من منحنى الدالة h فاصلتها x .

2. لتكن φ الدالة المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ :
 $\varphi(x) = \sqrt{f(x)}$

3. (أ) بين أن للدالتين φ و f نفس اتجاه التغير على $]-1; +\infty[$.

- (ب) عين إحداثيات النقطة B من (C_h) حتى تكون المسافة AM أصغر ما يمكن .

- (ج) بين أن : $AB = (\alpha + 1)\sqrt{(\alpha + 1)^2 + 1}$

التمرين الثاني عشر

(I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = -\frac{1}{2} + \frac{2 - \ln x}{x^2}$$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,71 < \alpha < 1,72$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2 + \frac{-1 + \ln x}{x}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$.

1. (ا) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2. (ا) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

(ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3. " نقبل أن $f(\alpha) \simeq 0,87$ و $f(\beta) = 0$ و $f(\gamma) = 0$ حيث $0,76 < \beta < 0,78$ و $4,19 < \gamma < 4,22$."

- أنشئ في المعلم السابق المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f)

التمرين الثالث عشر

I نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x - \frac{1}{x} - 2 \ln x$$

1. ادرس تغيرات الدالة g

2. احسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة :

$$\ln(2 + e^{2x}) = (m+1)x + \frac{\ln 2}{2}(1-m)$$

التمرين الحادي عشر

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x) = \ln(1 + e^{-x}) - \frac{1}{1 + e^x}$$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = e^x \ln(e^{-x} + 1)$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م . م . م $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (يمكن وضع $t = e^{-x}$)

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = -xe^x + e^x \cdot \ln(e^x + 1)$$

ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3. (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = e^x \cdot g(x)$$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

4. بين أن المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

5. أرسم (C_f) .

6. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $\ln(e^{-x} + 1) - me^{-x} = 0$

3. شكّل جدول تغيّرات الدالة g وعيّن إشارتها على $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathcal{D}_f = [0, 1[\cup]1, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x \ln(\sqrt{x} - 1)^2$.
(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند الصفر من اليمين، وفسّر النتيجة بيانيا

3. (أ) من أجل كل x من $\mathcal{D}_f$ أحسب $f'(x)$.

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]0, 1[$.

(ج) أثبت أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = g(\sqrt{x} - 1)$

(د) حسب ما سبق، قدّم جدول تغيّرات الدالة f

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها أكبر تماما من 1.

5. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 4.

6. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f).

7. ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = (m - 2020)^2$.

التمرين الخامس عشر

(I) - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:
 $g(x) = 2x^3 - 1 + 2 \ln x$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.75 < \alpha < 1$.

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

3. لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:
 $h(x) = x - 1 + x(\ln x)^2$

(أ) أحسب $h'(x)$ وبين أن الدالة h متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$. (حيث h' الدالة المشتقة للدالة h)

(ب) بين أن العدد 1 هو الحل الوحيد للمعادلة $h(x) = 0$ ، ثم استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. أثبت أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ ثم أحسب نهاية الدالة f عند أطراف مجال تعريفها

2. (أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{1}{x} \times g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها.

3. أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ على المجال $]1; +\infty[$

4. أحسب $f(4)$ ، $f(6)$ ، ثم أنشئ (C_f)

5. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(e^m)$

التمرين الرابع عشر

(I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = \ln x^2 + \frac{1}{x} + 1$$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g

2. بين أن المعادلة $g(x) = 2$ تقبل حلين موجبين تماما أحدهما 1 والآخر α حيث: $0.25 < \alpha < 0.3$

1. علما أن $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(t+1)}{t} = 1$ أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$.

2. بين أن من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = \frac{2x}{e^x} + \frac{\ln(e^{-2x} + 1)}{e^x}$$
 ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = e^{-x} g(e^{2x})$$
 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها

4. بين أن $\left(f, \frac{\ln \alpha}{2} \right) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha + 1}$, ثم أرسم (C_f) .
 يعطى $\frac{\ln \alpha}{2} \approx 0.6$ و $\left(f, \frac{\ln \alpha}{2} \right) \approx 0.8$

5. ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $\ln(e^{-2x} + 1) = me^x - 2x$.



(II) - نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ :

$$f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة التعريف

2. (أ) - تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$$

(ب) - استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. (أ) - بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(ب) - أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D)

4. (أ) - بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند نقطة يطلب تعيين إحداثياتها

(ب) - أكتب معادلة للمماس (T) .

5. أنشئ في المعلم السابق (T) , (D) و (C_f)

(نأخذ بالتقريب $\alpha = 0.8$ و $f(\alpha) = 0.9$)

6. ناقش بياننا حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة : $-\ln x = mx^2$

التمرين السادس عشر

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ :

$$g(x) = \frac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$$

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .

2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3.9 < \alpha < 4$

3. استنتج إشارة $g(x)$ حسب x .

(II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = e^{-x} \ln(e^{2x} + 1)$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.