

الأساتذ :	متوسطة	السنة 3 من التعليم المتوسط
المادة : رياضيات	BEM 2025 - Yes We Can	السنة الدراسية : 2024 / 2023

سلسلة تمارين حول المقطع (5) : الحساب الحرفي.

(1) تبسيط عبارة جبرية :

تبسيط عبارة جبرية يعني كتابتها بأقل ما يمكن من الحدود في حالة مجموع ، أو العوامل في حالة جداء.

مثال:

$$5x + 3x = (5 + 3)x = 8x$$

$$5x \times 3x = 5 \times 3 \times x \times x = 15x^2$$

$$A = 8x^2 - 7 + 6x - 5x^2 + 13 - 10x$$

$$A = \underbrace{8x^2 - 5x^2}_{3x^2} + \underbrace{6x - 10x}_{-4x} + \underbrace{-7 + 13}_{+6}$$

$$A = 3x^2 - 4x + 6$$

$$A = 3x^2 - 4x + 6$$

ملاحظات :

$$x = x^1 ; -1x = -x ; 1x = x$$

(2) حذف الأقواس في عبارة جبرية:

في عبارة جبرية يمكن حذف القوسين غير المتبوعين بـ $\times$ أو $\div$ بشرط أن :

■ نحذف المسبوقتين بالإشارة + دون تغيير إشارات الحدود الموجودة بين القوسين.

$$A = 5x - 3 + (2x - 1) \quad \text{مثال :}$$

$$A = 5x - 3 + 2x - 1 = 5x + 2x - 3 - 1$$

$$A = 7x - 4$$

■ نحذف المسبوقتين بالإشارة - مع تغيير إشارة كل حد موجود بين القوسين.

$$B = 5x - 3 - (2x - 1) \quad \text{مثال :}$$

$$B = 5x - 3 - 2x + 1 = 5x - 2x - 3 + 1$$

$$B = 3x - 2$$

(3) نشر عبارة جبرية :

النشر : نشر عبارة جداء يعني كتابتها على شكل مجموع (فرق)

خاصية 1 : (الخاصية التوزيعية)
 $k ; b ; a$ أعداد ناطقة.

$$k(a + b) = ka + kb$$

$$k(a - b) = ka - kb$$

مثال:

$$A = 7(2x + 1) = 7 \times 2x + 7 \times 1 = 14x + 7$$

$$B = -2x(3x - 1)$$

$$B = -2x \times 3x - 2x \times (-1)$$

$$B = -6x^2 + 2x$$

خاصية 2 : $a ; b ; c ; d$ أعداد ناطقة.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

مثال:

$$C = (3x - 1)(x - 2)$$

$$C = 3x(x - 2) - 1(x - 2)$$

$$C = 3x \times x + 3x \times (-2) - 1 \times x - 1 \times (-2)$$

$$C = 3x^2 - 6x - 1x + 2$$

$$C = 3x^2 - 7x + 2$$

(4) حساب قيمة عبارة حرفية :

لحساب قيمة عبارة حرفية من أجل بعض قيم للحرف أو الحروف في العبارة ، نعوض الحروف بهذه القيم ونجري الحسابات باحترام قواعد أولوية العمليات.
 ملاحظة : عند التعويض نكتب إشارة $\times$ بين العددين، و في حالة التعويض بعدد سالب نستعمل الأقواس.

$$\text{مثال : حساب قيمة العبارة } A : A = (3x + 2)(x - 5)$$

$$\text{■ من أجل : } x = 4$$

$$A = (3 \times 4 + 2)(4 - 5) = 14 \times (-1) = -14$$

$$\text{■ من أجل : } x = -4$$

$$A = (3 \times (-4) + 2)(-4 - 5) = (-10) \times (-9) = 90$$

(5) المساويات و العمليات :

المساويات و الجمع :

خاصية (1) : $a ; b ; c$ أعداد ناطقة.

إذا كان $a = b$ فإن $a + c = b + c$ و $a - c = b - c$

بتعبير آخر : لا تتغير مساواة عندما نُضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الناطق.

مثال :

$$\text{إذا كان } x = 5 \text{ فإن } x + 3 = 5 + 3 \text{ أي } x + 3 = 8$$

$$\text{إذا كان } x = 5 \text{ فإن } x - 4 = 5 - 4 \text{ أي } x - 4 = 1$$

المساويات و الضرب :

خاصية (2) : $a ; b ; c$ أعداد ناطقة.

إذا كان $a = b$ فإن $a \times c = b \times c$

إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

بتعبير آخر : لا تتغير مساواة عندما نضرب طرفيها في نفس العدد الناطق أو نقسم طرفيها على نفس العدد الناطق غير المعدوم.

مثال :

$$\text{إذا كان } x = 6 \text{ فإن } 2x = 2 \times 6 \text{ أي } 2x = 12$$

$$\text{إذا كان } x = 6 \text{ فإن } \frac{x}{2} = \frac{6}{2} \text{ أي } \frac{x}{2} = 3$$

(6) المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

المعادلة هي مساواة تتضمن عددا أو أعدادا مجهولة، مُعَبَّر عنها بحروف.

كل معادلة من الشكل : $ax + b = cx + d$

حيث $a ; b ; c ; d$ أعداد حقيقية معلومة و $c ; a$ غير معدومين في أن واحد تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

مثال :

$$5x - 3 = 2x + 21$$

✓ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x .

✓ طرفها الأيسر (الطرف الأول) هو : $5x - 3$

✓ طرفها الأيمن (الطرف الثاني) هو : $2x + 21$

حل معادلة :

حل معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x ، يعني تعيين قيمة هذا المجهول التي تكون من أجلها المساواة المعطاة محققة.

مثال : حل المعادلة الآتية :

$$5x - 3 = 2x + 21$$

$$5x - 3 = 2x + 21$$

$$5x - 2x = 21 + 3$$

$$3x = 24$$

$$x = \frac{24}{3}$$

$$x = 8$$

العدد 8 هو حل للمعادلة $5x - 3 = 2x + 21$

(7) تربيض مشكلة وحلّها :

تربيض مشكلة و حلّها يتطلب المرور على المراحل الآتية :

- اختيار المجهول، و ليكن x مثلا.
- ترجمة الوضعية بمعادلة. (كتابة المعطيات الواردة بدلالة x).
- حل المعادلة و الإجابة عن السؤال و التحقق من صحة النتائج.

مثال :

يبلغ عُمر صُهب 14 سنة بينما يبلغ عُمر إسلام 31 سنة.

بعد كم سنة يصبح عُمر إسلام ضعف عُمر صُهب ؟

الحل :

- نسمي x عدد السنوات التي يصبح فيها عُمر إسلام ضعف عُمر صُهب.

- نعبّر عن هذه الوضعية بالمعادلة الآتية :

$$2(14 + x) = 31 + x$$

- بعد حل المعادلة نجد : $x = 3$. (عليك بحل المعادلة).

و بالتالي بعد 3 سنوات سيصبح عُمر إسلام ضعف عُمر صُهب.

- التحقق : بعد 3 سنوات، يصبح عُمر صُهب 17 سنة و عُمر

$$إسلام 34 سنة، و 34 = 17 \times 2$$

(8) المتباينات و العمليات :

المتباينات و الجمع :

خاصية (1) : $a ; b ; c$ أعداد ناطقة.

إذا كان $a < b$ فإن $a + c < b + c$ و $a - c < b - c$

بتعبير آخر : لا يتغير اتجاه متباينة عندما نُضيف إلى (أو نطرح من) طرفيها نفس العدد الحقيقي.

مثال : بتطبيق هذه الخاصية نكتب :

- إذا كان $x < 5$ فإن $x + 3 < 5 + 3$ أي $x + 3 < 8$

- إذا كان $y < 11$ فإن $y - 9 < 11 - 9$ أي $y - 9 < 2$

ملاحظة : يمكن استبدال $<$ بإحدى المتباينات $>$; $\leq$; $\geq$ و تبقى الخاصيتان السابقتان صحيحتان.

✓ $a < b$ يُقرأ " a أصغر تماما من b "

✓ $a \leq b$ يُقرأ " a أصغر من أو يساوي b "

✓ $a > b$ يُقرأ " a أكبر تماما من b "

✓ $a \geq b$ يُقرأ " a أكبر من أو يساوي b "

المتباينات و الضرب :

خاصية (2) : $a ; b ; c$ أعداد ناطقة. (c عدد موجب تماما)

إذا كان $a < b$ و $c > 0$ فإن $ac < bc$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

بتعبير آخر : لا يتغير اتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في (أو قسمناها على) نفس العدد الحقيقي بشرط أن يكون موجبا تماما.

مثال :

إذا كان $z < -7$ فإن $4z < -7 \times 4$ أي $4z < -28$

إذا كان $t < 40$ فإن $\frac{t}{8} < \frac{40}{8}$ أي $\frac{t}{8} < 5$

خاصية (3) : $a ; b ; c$ أعداد حقيقية. (c عدد سالب تماما)

إذا كان $a < b$ و $c < 0$ فإن $ac > bc$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

بتعبير آخر : إذا ضربنا طرفي متباينة في (أو قسمناها على) نفس العدد الحقيقي السالب فإننا نُغيّر اتجاهها.

مثال :

إذا كان $a < 2$ فإن $-3a > 2 \times (-3)$ أي $-3a > -6$

إذا كان $b < 10$ فإن $\frac{b}{-2} > \frac{10}{-2}$ أي $\frac{b}{-2} > -5$

التمرين (1) :

اكتب على أبسط شكل ممكن كل عبارة جبرية من العبارات الآتية (بسّط العبارات الآتية) :

$$A = 2x + 4x ; B = 2 \times 4x ; C = 2x \times 4$$

$$D = 2x \times 4x ; E = 3 + 6x - 7x ; F = 3 \times 6x \times 7x$$

$$G = 10 + x^2 - 2x + 6x - 8x^2 - 12x$$

$$H = x - 9x^2 + 3 + 2x^2 + 8x - 4$$

التمرين (2) :

اكتب كل عبارة مما يأتي بدون أقواس ثم بسّطها :

$$A = 7x^2 - 10x + 9 + (-3x^2 + 8x - 3)$$

$$B = 5x^2 + 11x - 7 - (2x^2 - 2x + 4)$$

$$C = 4x^2 + 2 - (-x^2 + 6x - 1)$$

التمرين (3) :

انشر كل عبارة مما يلي و بسّطها :

$$A = 3(2x + 4) \quad ; \quad B = -3(2x + 4)$$

$$C = 3x(2x + 4) \quad ; \quad D = -3x(2x + 4)$$

$$E = 3x(2x - 4) \quad ; \quad F = 3x(-2x + 4)$$

$$G = -3x(2x - 4) \quad ; \quad H = -3x(-2x + 4)$$

$$I = -3x(-2x - 4)$$

$$J = (4x + 3)(x + 5) \quad ; \quad K = (4x - 3)(x + 5)$$

$$L = (4x + 3)(x - 5) \quad ; \quad M = (4x - 3)(x - 5)$$

$$N = (-4x + 3)(x - 5) \quad ; \quad P = (4x - 3)(-x + 5)$$

$$Q = 2(4x - 3)(x + 5)$$

التمرين (4) :

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (2x - 5)(3x + 1)$$

(1) أنشر ثم بسّط العبارة E.

(2) أحسب قيمة E من أجل : (أ) $x = 2$ ، (ب) $x = -2$

التمرين (5) : x و y عدنان ناطقان.

(1) اكمل كل جملة مما يلي :

▪ إذا كان $x = 20$ فإن $x + 5 = \dots$

▪ إذا كان $x = 20$ فإن $x - 5 = \dots$

▪ إذا كان $x = 20$ فإن $5x = \dots$

▪ إذا كان $x = 20$ فإن $-5x = \dots$

▪ إذا كان $x = 20$ فإن $\frac{x}{5} = \dots$

▪ إذا كان $x = 20$ فإن $\frac{x}{-5} = \dots$

(2) اكمل كل جملة مما يلي : (حل كل معادلة مما يأتي).

▪ إذا كان $3y - 4 = 26$ فإن $y = \dots$

▪ إذا كان $-2y + 1 = 15$ فإن $y = \dots$

▪ إذا كان $\frac{y}{6} - 2 = 0$ فإن $y = \dots$

▪ إذا كان $\frac{y}{-5} + 1 = -3$ فإن $y = \dots$

التمرين (6) : x عدد ناطق.

(1) هل العدد 0 هو حل للمعادلة : $2x + 1 = 3x - 5$ ؟

(2) هل العدد (-1) هو حل للمعادلة : $8x + 8 = 13x + 13$ ؟

التمرين (7) : x عدد ناطق.

حل كل معادلة من المعادلات الآتية :

$$3 + x = 20 \quad ; \quad x - 3 = 9 \quad ; \quad 3 - x = 9 \quad ; \quad 3x = 21$$

$$\frac{30}{x} = 6 \quad ; \quad \frac{x}{8} = 2 \quad ; \quad 10x - 7 = 43 \quad ; \quad 7x = x - 1$$

$$8x + 8 = 13x + 13 \quad ; \quad 2x + 1 = 3x - 5$$

$$6x - 9 = 2x + 15 \quad ; \quad 2(7x + 6) = -3x - 5$$

$$3(x - 2) + 5 = x + 3 \quad ; \quad -4\left(x - \frac{1}{4}\right) = x + 6$$

التمرين (8) :

تقول مريم : أفكر في عدد، أضفت 7 إلى ضعفه، إنني أجد نفس النتيجة إذا طرحت 11 من ثلاثة أضعاف هذا العدد.

(1) اكتب معادلة تُترجم بها هذه الوضعية.

(2) جد العدد الذي فكرت فيه مريم.

التمرين (9) :

اختر كل من آدم و لطفى نفس العدد. آدم طرح 10 من أربع أضعاف هذا العدد، بينما لطفى أضاف له 8.

عند مقارنة النتيجة، لاحظا أنهما متساويتان.

جد العدد الذي اختاره كل من آدم و لطفى.

التمرين (10) :

مجموع ثلاثة أعداد طبيعية متتابعة هو 39.

ما هي هذه الأعداد ؟

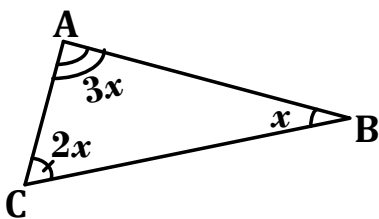
التمرين (11) :

مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتابعة هو -21.

ما هي هذه الأعداد ؟

التمرين (12) :

مثلث ABC.



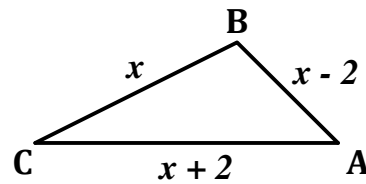
(1) اكتب مساواة بدلالة x بين أقياس زوايا المثلث ABC .

(2) ما هي قيمة x التي من أجلها تكون المساواة صحيحة ؟

(3) استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين (13) :

لاحظ المثلث ABC المقابل :



جد x علما أن محيط المثلث ABC هو 27 cm.

التمرين (14) :

طول مستطيل هو ثلاثة أضعاف عرضه.

جد بُعدي هذا المستطيل إذا علمت أن محيطه 168 m.

التمرين (15) :

يزيد طول مستطيل عن عرضه بـ 7 cm

جد بُعدي هذا المستطيل إذا علمت أن محيطه 58 cm.

التمرين (16) :

يقال عرض مستطيل عن طوله بـ 10 cm

جد بُعدي هذا المستطيل إذا علمت أن محيطه 92 cm.

التمرين (17) :

x عدد ناطق حيث : $x \leq 18$.

ما هي المتباينة التي يمكن كتابتها من أجل :

$$\frac{x}{-6} ; -3x ; \frac{x}{6} ; 3x ; x - 5 ; x + 2$$

$$\frac{x}{6} + 2 ; 3x - 5$$

التمرين (18) :

x عدد ناطق حيث $2 < x < 5$.

عين حصر لكل من : $2x + 4$; $3x - 1$

التمرين (19) :

x عدد ناطق حيث $8 < 5x + 3 < 18$

عين حصر للعدد x .

التمرين (20) :

لتكن العبارة E حيث :

$$E = (4x + 3)(2x - 1) - 2(5x - 6)$$

(1) أنشر ثم بسّط العبارة E.

(2) أحسب قيمة E من أجل : (أ) $x = 1$ ، (ب) $x = -1$

التمرين (21) :

لتكن العبارة الجبرية :

$$E = (x - 3)(x - 10) + 3(x - 3)$$

(1) أنشر و بسّط العبارة E.

(4) احسب E من أجل $x = 50$.

التمرين (22) :

(1) تحقق بالنشر أن: $(2x - 1)(x - 3) = 2x^2 - 7x + 3$

(2) استنتج تبسيطا للعبارة A حيث :

$$A = 2x^2 - 7x + 3 + (2x - 1)(3x + 2)$$

التمرين (23) :

(1) أنشر و بسّط العبارة E حيث : $E = (2x - 3)(2x - 1)$

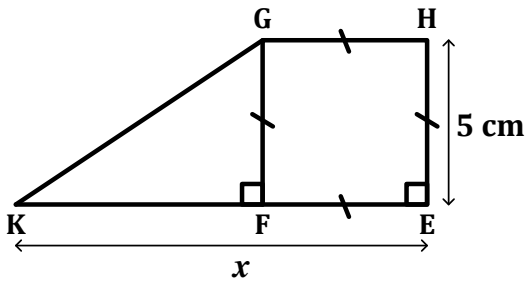
(2) استنتج تبسيطا للعبارة F حيث :

$$F = 2x^2 - 7x + 6 - (2x - 3)(2x - 1)$$

التمرين (24) :

لاحظ الشكل :

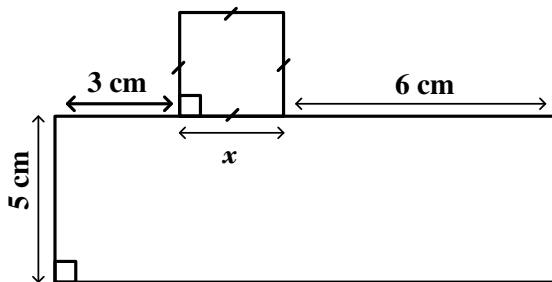
حيث $x > 5$



احسب x حتى يكون للمثلث و المربع نفس المساحة.

التمرين (25) :

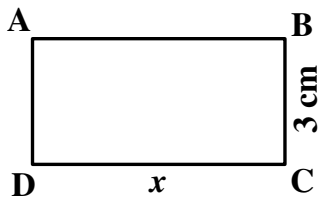
لاحظ الشكل :



عين العدد x حتى يكون للمستطيل و المربع نفس المحيط.

التمرين (26) :

لاحظ الشكل :

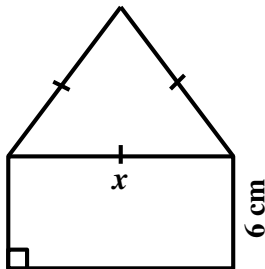


عين العدد x حتى يكون

محيط المستطيل هو 40 cm.

التمرين (27) :

لاحظ الشكل :



عين العدد x حتى يكون للمستطيل و المثلث نفس المحيط.

التمرين (28) : وضعية إدماجية.

تزن شاحنة وهي فارغة 3 500 Kg ، يعمل صاحبها في إحدى شركات إنتاج الأسمنت حيث يقوم بإيصال أكياس الأسمنت للزبائن (وزن الكيس الواحد 50 Kg). عند خروج الشاحنة من الشركة عليها عبور جسر توجد عند مدخله إشارة المرور التالية :



(و التي تعني ممنوع مرور المركبات التي يزيد وزنها عن 5,5 t أي 5 500 Kg) نضع x عدد أكياس الأسمنت.

(1) ترجم الوضعية بمتباينة مناسبة (المتباينة التي تسمح بمعرفة إمكانية عبور الشاحنة بحمولتها فوق الجسر من عدمها).

(2) هل يمكن لصاحب الشاحنة إيصال 30 كيسا ؟ 45 كيسا ؟ في أحد الأيام قام صاحب هذه الشاحنة بإيصال أكياس الأسمنت لأحد الزبائن، حيث كان وزن الشاحنة بحمولتها 4,5 t .

(3) ترجم الوضعية بمعادلة مناسبة، ثم احسب عدد أكياس الأسمنت.