

أساسيات الرياضيات

الأستاذ بوكحول كمال. **2024**

**THE ONLY WAY TO LEARN MATHEMATICS
IS TO DO MATHEMATICS.**

Prepared By:

Kamel Boukahoul

Prepared For:

High School Students

kamelboukahoul@gmail.com

أساسيات الرياضيات

الأستاذ بوكحول كمال.

”

فهم الأساسيات بعمق: تأكد من فهمك الكامل
للأساسيات، مثل العمليات الحسابية البسيطة، الجبر،
والهندسة.

الرياضيات مبنية على مفاهيم مترابطة، وإذا كان لديك
فهم قوي للأساسيات، سيكون من السهل الانتقال إلى
المواضيع الأكثر تعقيدًا.

أهداف الدرس

في نهاية الدرس سيكون الطلاب قادرين على:

التمييز بين مختلف مجموعات الأعداد.

إدراك العلاقات بين الأعداد.

تحديد كتابة مناسبة لتعبير جبري حسب الوضعية المدروسة.

1. مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$

التعريف:

مجموعة الأعداد الطبيعية تشمل جميع الأعداد الصحيحة الموجبة والصفر.

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

ملاحظة:

بعض الأحيان، يُستثنى الصفر من مجموعة الأعداد الطبيعية ويُرمز لها بـ $\mathbb{N}^*$ لتشير إلى الأعداد الطبيعية الموجبة فقط (بدون الصفر).

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

خصائص الأعداد الطبيعية:

- لا تحتوي على أعداد سالبة أو كسور.
- الأعداد الطبيعية غير منتهية (ممتدة إلى ما لا نهاية).

مثال:

$$\frac{5}{3} \notin \mathbb{N}$$

$$-3 \notin \mathbb{N}$$

$$5 \in \mathbb{N}$$

$$5, 2 \notin \mathbb{N}$$

$$3 \in \mathbb{N}$$

2. مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$

التعريف:

مجموعة الأعداد الصحيحة تشمل الأعداد الطبيعية، و نظيراتها السالبة، والصفر.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

خصائص الأعداد الطبيعية:

- تشمل الأعداد الموجبة، السالبة، والصفر.
- لا تحتوي على كسور أو أعداد عشرية.
- الأعداد الصحيحة غير منتهية (ممتدة إلى ما لا نهاية).

مثال:

$$\blacksquare 1, 3 \notin \mathbb{Z} \quad \blacksquare 0 \in \mathbb{Z} \quad \blacksquare -5 \in \mathbb{Z} \quad \blacksquare 5 \in \mathbb{Z}$$

ملاحظة:

- كل عدد طبيعي هو عدد صحيح
- نقول أن المجموعة $\mathbb{N}$ محتواة في المجموعة $\mathbb{Z}$ و نكتب $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
- نرمز إلى الأعداد الصحيحة الغير معدومة بـ: $\mathbb{Z}^*$

$$\mathbb{Z}^* = \{ \dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

3. مجموعة الأعداد العشرية

التعريف:

مجموعة الأعداد العشرية تشمل كل عدد يمكن كتابته على شكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$

$$\mathbb{D} = \left\{ \frac{a}{10^n}; a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

خصائص الأعداد العشرية:

- العدد العشري له كتابة بعدد منتهى من الأرقام على يمين الفاصلة.
- كل عدد صحيح هو عدد عشري لأنه يمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{10^0}$.

مثال:

$$\begin{aligned} & \blacksquare -0,234 \in \mathbb{D} \quad \blacksquare -3 \in \mathbb{D} \quad \blacksquare 3,12 \in \mathbb{D} \\ & \blacksquare \pi \notin \mathbb{D} \quad \blacksquare \sqrt{3} \notin \mathbb{D} \end{aligned}$$

ملاحظة:

• نقول أن المجموعة $\mathbb{Z}$ محتويات في المجموعة $\mathbb{D}$ و نكتب

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D}$$

4. مجموعة الأعداد الناطقة (النسبية)

التعريف:

مجموعة الأعداد الناطقة تشمل كل عدد يمكن كتابته على شكل كسر $\frac{a}{b}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $b \in \mathbb{Z}$ و $b \neq 0$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

خصائص الأعداد الناطقة:

- تشمل الكسور والأعداد الصحيحة لأن أي عدد صحيح يمكن كتابته على شكل كسر $\frac{a}{1}$.
- يمكن أن تكون موجبة أو سالبة.
- الأعداد العشرية الدورية والمتكررة تعتبر أعدادًا ناطقة.

مثال:

$$\begin{aligned} \blacksquare \pi &\notin \mathbb{Q} & \blacksquare \frac{10}{3} &\in \mathbb{Q} & \blacksquare 3, 12 &\in \mathbb{Q} \end{aligned}$$

ملاحظة:

• نقول أن المجموعة $\mathbb{D}$ محتويات في المجموعة $\mathbb{Q}$ و نكتب

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$$

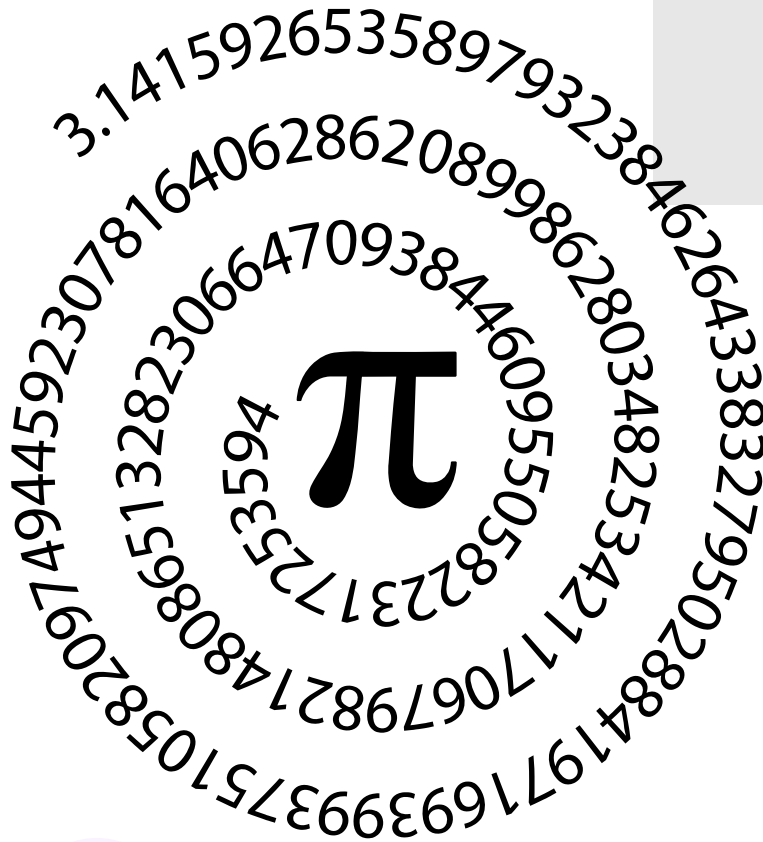
5. مجموعة الأعداد الغير نسبية

التعريف:

مجموعة الأعداد غير النسبية هي الأعداد التي لا يمكن كتابتها على شكل كسر، مثل الجذور التربيعية التي لا تساوي عددًا صحيحًا أو الكسور غير الدورية.

مثال:

$$\sqrt{3} \quad \sqrt{2} \quad \pi$$



instagram:@xpi4math

6. مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

التعريف:

مجموعة الأعداد الحقيقية تشمل كل الأعداد التي يمكن تمثيلها على خط الأعداد. وهي تشمل كل من:

- الأعداد النسبية $\mathbb{Q}$
- الأعداد غير النسبية $\mathbb{I}$

$$\mathbb{I} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{R}$$

خصائص الأعداد الحقيقية:

- تشمل الأعداد الصحيحة، الكسور، الجذور التربيعية، والعدد π .
- الأعداد الحقيقية يمكن أن تكون موجبة أو سالبة أو صفرًا.

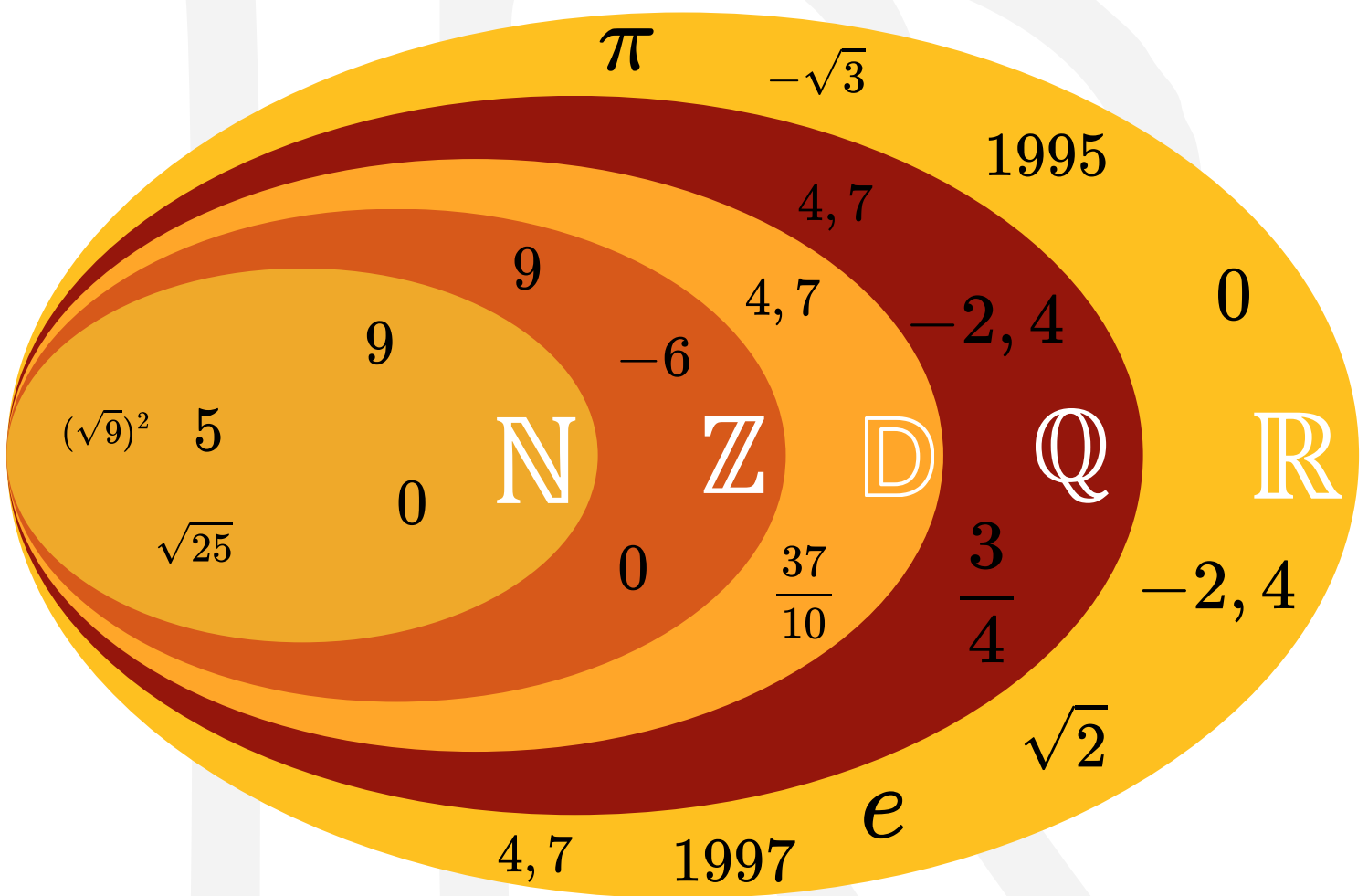
مثال:

$$\blacksquare -4, 5 \in \mathbb{R} \quad \blacksquare \pi \in \mathbb{R} \quad \blacksquare 0 \in \mathbb{R} \quad \blacksquare \sqrt{2} \in \mathbb{R}$$

ملاحظة:

- $\mathbb{R}^* =] - \infty; 0[\cup] 0; +\infty[$
- $\mathbb{R}_+ = [0; +\infty[$
- $\mathbb{R}_- =] - \infty; 0]$

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



الجمع و الطرح و الضرب :

الجمع:

• الجمع تبادلي في $\mathbb{R}$: لكل a و b من $\mathbb{R}$ $a + b = b + a$

• الجمع تجميعي في $\mathbb{R}$: لكل a و b و c من $\mathbb{R}$ $(a + b) + c = a + (b + c)$

• الصفر هو العنصر المحايد للجمع في $\mathbb{R}$ لكل a من $\mathbb{R}$ $a + 0 = 0 + a = a$

• لكل عدد حقيقي a مقابل هو $-a$ $-a + a = a + (-a) = 0$

الطرح:

ليكن a و b من $\mathbb{R}$: $a - b = a + (-b)$

الضرب:

• الضرب تبادلي في $\mathbb{R}$: لكل a و b من $\mathbb{R}$ $a \times b = b \times a$

• الضرب تجميعي في $\mathbb{R}$: لكل a و b و c من $\mathbb{R}$ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

• 1 هو العنصر المحايد للضرب في $\mathbb{R}$ لكل a من $\mathbb{R}$ $1 \times a = a \times 1 = a$

• لكل عدد حقيقي غير منعدم a مقلوب هو $\frac{1}{a}$ و لدينا: $\frac{1}{a} = a^{-1}$

• الضرب توزيعي على الجمع في $\mathbb{R}$: لكل a و b و c من $\mathbb{R}$

$$\blacksquare a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$\blacksquare (b + c) \times a = b \times a + c \times a$$

الخارج:

$$\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b} \quad \text{• ليكن } a \text{ من } \mathbb{R} \text{ و } b \text{ من } \mathbb{R}^*$$

قواعد مهمة:

• لتكن a و b و c من $\mathbb{R}$: $a = b$ تكافئ $a + c = b + c$

• لتكن a و b من $\mathbb{R}$ و c من $\mathbb{R}^*$: $a = b$ تكافئ $ac = bc$

• لتكن a و b و c و d من $\mathbb{R}$:

1. إذا كان $a = b$ و $c = d$ فإن $a + c = b + d$

2. إذا كان $a = b$ و $c = d$ فإن $ac = bd$

3. $ab = 0$ تكافئ $a = 0$ أو $b = 0$

4. $ab \neq 0$ تكافئ $a \neq 0$ و $b \neq 0$

5. لكل a و b من $\mathbb{R}$ و c و d من $\mathbb{R}^*$ تكافئ $ad = bc$ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

العمليات على الجذور:

تعريف:

ليكن x من $\mathbb{R}^+$

العدد الحقيقي الموجب y الذي يحقق $y^2 = x$ يسمى الجذر التربيعي للعدد x .

نرمز للجذر التربيعي للعدد x بـ: $\sqrt{x}$

نتائج:

ليكن x و y من $\mathbb{R}^+$:

$$\blacksquare \sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y} \quad \blacksquare \sqrt{x^2} = x \quad \blacksquare (\sqrt{x})^2 = x$$

$$(y \neq 0) \blacksquare \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$

$$\blacksquare \sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}$$

$$\blacksquare \sqrt{x} = \sqrt{y} \text{ تكافئ } x = y$$

$$\blacksquare \text{ إذا كان } x \text{ سالب فإن } \sqrt{x^2} = -x$$

لكل عدد حقيقي موجب a يوجد عدنان حقيقيان مربعهما يساوي

a هما: $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

instagram:@xpi4math

العمليات على القوى:

ليكن a من $\mathbb{R}$ و n من $\mathbb{N}^*$

$$a^n = a \times a \times a \dots \times a \quad (n \text{ مرة})$$

$$(a \neq 0) \quad a^0 = 1 \quad \text{و لدينا:} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

نتائج:

لكل x و y من $\mathbb{R}^*$ و لكل n و m من $\mathbb{Z}$

$$\blacksquare x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$\blacksquare (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

$$\blacksquare (x^n)^m = x^{n \cdot m}$$

$$\blacksquare x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

$$\blacksquare \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

$$\blacksquare \frac{x^n}{y^n} = \left(\frac{x}{y}\right)^n$$

$$\blacksquare x^1 = x$$

العمليات على الكسور:

لتكن a و b و c و d أعداد حقيقية غير معدومة:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \times d - c \times b}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{c}$$

instagram:@xpi4math

المتطابقات الشهيرة:

لتكن **a** و **b** أعداد حقيقية :

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
- $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$
- $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$
- $(a - b)(a^2 + b^2 + ab) = a^3 - b^3$
- $(a + b)(a^2 + b^2 - ab) = a^3 + b^3$

”

أرجو من كل تلميذ إستفاد من هذه المجلة
أن يشاركها مع زملائه و أن لا يحتكر العلم.
كما أدعوك لمتابعتي على:

انستغرام: @xpi4math \ فيسبوك: الأستاذ بوكحول كمال

instagram:@xpi4math

More Information About Me



كمال بوكحول
أستاذ في مادة الرياضيات الطور المتوسط و الثانوي
أقدم دروس خصوصية في مدينة جيجل
صانع محتوى تعليمي على فيسبوك و انستغرام
انستغرام : @xpi4math
فيسبوك : الأستاذ بوكحول كمال

Contact Me :



Phone Number
07 91 19 77 27



Email Address
xpimath@yahoo.com



Office Address
N° 09 El Haddada Jijel